

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ КРИВЫХ В ТОВАРНОМ РЫБОВОДСТВЕ

© 2025 г. Е.Б. Акимов

ГНЦ РФ ФГБНУ «ВНИРО», Россия, Москва, 105187
E. mail: akimov@vniro.ru

Поступила в редакцию 1.04.2025 г.

Статья посвящена применению статистико-математических моделей типа кривых роста Б. Гомперца, Р. Перля и Л. Риды к товарному рыбоводству. На основе этих моделей представлен анализ современного состояния и возможности использования при прогнозировании развития производства осетровых и лососевых видов рыб.

Ключевые слова: логистическая кривая, товарное рыбоводство, индустриальное рыбоводство, осетроводство, лососеводство.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время экономико-математические модели крайне редко используются в товарном рыбоводстве. Преимущественно используются математические функции линейного типа, что не всегда соответствует адекватно соответствующим изучаемым процессам товарного рыбоводства, имеющим свою биологическую и производственную специфику. Природные условия оказывают большое влияние на все стороны производства товарной рыбы: продуктивности, себестоимости продукции, производительности труда и др. В результате этого уровень и динамика важнейших показателей товарного рыбоводства носит нелинейный характер и поэтому применение линейных математических функций может дать ложное представление о состоянии экономики.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА

При подготовке статьи были использованы статистические и оперативные материалы по отдельным направлениям товарного рыбоводства – осетроводства и лососеводства. Как показала практика, применение предлагаемых в статье логистических функций в наибольшей степени соответствуют

происходящим процессам производства. Использование этих объектов выращивания в качестве специализированных позволят лучшим образом понять особенности выращивания этих видов рыб на основе применения кривых роста.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

В настоящее время использование математических методов актуально как на уровне фирмы в условиях рынка, так и в микроэкономике – на уровне планирования и анализа аспектов экономической деятельности отрасли, региона, страны.

Применение статистико-математических методов прогнозирования на основе логистических кривых нашли широкое применение при прогнозировании сырьевой базы океанического рыболовства, поскольку они достаточно точно отражают процессы роста и развития биологических популяций. Особенно это относится к товарному рыбоводству, представляющему комплекс направлений, связанных с выращиванием рыбы в искусственных водоёмах (прудах), и рыбоводства в естественных водоёмах (внутренние моря, озерах, реках, водохранилищах). К сожалению, эти методы не нашли практи-

ческого применения к условиям товарного рыбоводства, где производственные процессы весьма динамичны, находясь под воздействием природных условий и изменений в материально-технической и организационно-производственной базе. Это в свою очередь требует специального подхода к построению экономико-математических моделей с учётом специфики производства в каждом направлении товарного рыбоводства (Акимов, 2014).

С другой стороны, отсутствие знаний по дифференциальному и интегральному исчислению приводит к применению в большинстве случаев к выбору экономико-математических моделей линейного типа, что не всегда соответствует адекватности изучаемого процесса. Примером этому может служить книга Л.Л. Гордона и Л.А. Эрмана (1974) «Пути повышения эффективности товарного рыбоводства», где все процессы рассмотрены на примере экономико-математических моделей линейного типа. Приведем пример применения более сложной функции вида $\lg y_t = \lg a + \lg bc^t$ (кривая Гомперца).

Данные таблицы и рисунка 1 позволяют сделать вывод, что теоретические значения выращивания осетровых видов рыб, расчи-

танные по кривой Гомперца близки к фактическим показателям выращивания, что свидетельствует о правомерности применения этой кривой при анализе тенденций роста выращивания осетровых. На основе применения кривой Гомперца можно определить точку перегиба (критическую точку – 144,5 тыс. т в 2023 г.) и сделать вывод о пределе интенсивного развития данного направления. Такой предел свидетельствует, что при дальнейшем развитии (прогнозировании) роста выращивания требуются принципиально новые подходы в области биотехники выращивания и организации производства.

Наиболее трудным является определение параметров уравнения а, в, с. В данном случае нами был использован метод определения параметров уравнения, предложенный польским экономистом Оскаром Ланге. Для этого ряд динамики осетровых был разделен на три группы, и определена сумма значений по каждой группе. В результате имеем: $S_1 = 1,33$; $S_2 = 0,89$; $S_3 = 0,69$; $C = 0,937$; $b = 0,094$; $a = 0,195$

Таким образом, уравнение примет вид: $\lg y = \lg 0,195 + \lg 0,094 \times 0,937^t$

Сопоставляя теоретические значения с фактическими значениями, можно утверждать

Таблица 1. Динамика выращивания осетровых видов рыб за 2014–2025 гг.

| Годы | t | y, тыс. т. | c ^t | bc ^t | y _t теор., тыс.т. |
|------|----|------------|----------------|-----------------|------------------------------|
| 2014 | 0 | 3,56 | 1,00 | 0,094 | 3,40 |
| 2015 | 1 | 3,85 | - 0,937 | 0,088 | 3,64 |
| 2016 | 2 | 2,52 | -0,878 | 0,083 | 3,54 |
| 2017 | 3 | 2,58 | -0,823 | 0,076 | 3,60 |
| 2018 | 4 | 3,79 | -0,701 | 0,072 | 3,89 |
| 2019 | 5 | 4,5 | -0,722 | 0,678 | 4,75 |
| 2020 | 6 | 4,81 | -0,677 | 0,058 | 4,81 |
| 2021 | 7 | 5,44 | -0,634 | 0,060 | 4,0 |
| 2022 | 8 | 5,05 | -0,594 | 0,056 | 4,08 |
| 2023 | 9 | 5,49 | -0,557 | 0,052 | 5,05 |
| 2024 | 10 | 6,20 | -0,522 | 0,049 | 5,10 |
| 2025 | 11 | 6,50 | -0,489 | 0,046 | 5,15 |

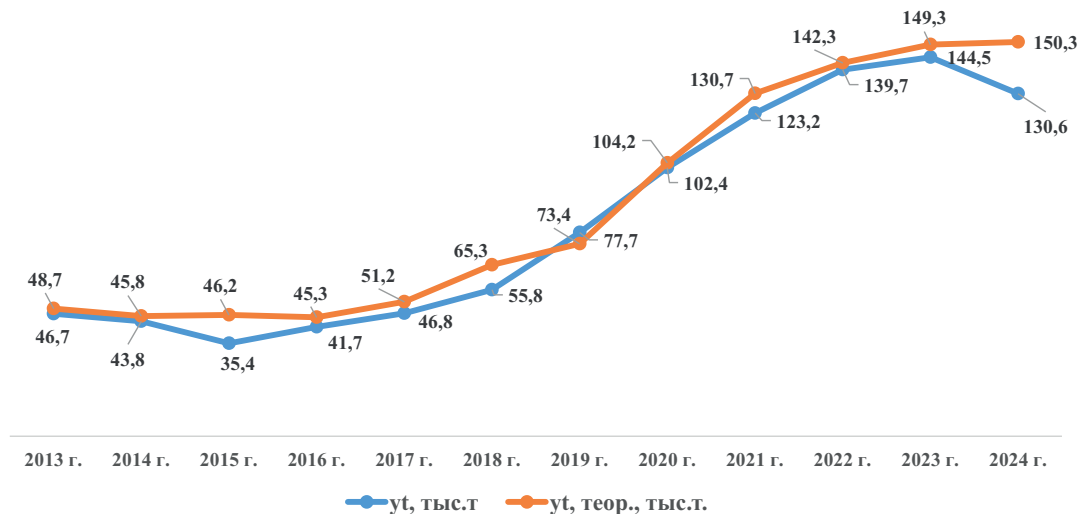


Рис. 1. Кривая Гомперца осетровых видов рыб за 2014–2025 гг.

о правомерности применения данной функции. Среднее квадратическое отклонение (σ) теоретических значений выращивания осетровых видов рыб, полученных по этой функции, составило 0,752 тыс.т., а коэффициент вариации – 18,5%.

Однако, пользуясь методом дифференциального исчисления, нетрудно понять, что кривая Гомперца непрерывно возрастает, с начала более ускоряющимся темпом ($y^n > 0$), а затем – замедляющимся темпом (график 1) ($y^n < 0$), вплоть до полной остановки роста. Это обстоятельство позволяет в условиях прогнозирования объёмов производства определять критические точки роста, после которых возможно снижение объёмов выращивания рыбы.

Следует отметить, что тенденция развития охватывает два разных периода разделённых критической точкой являющейся границей между ростом и снижением выращивания рыбы. При этом тенденции выращивания рыбы на основе применения математических функций, как показывает практика более объективно отражает процесс развития, если речь идет о периодах качественно однородных, т.е. таких, в которых действует один и тот же комплекс основных факторов, определяющих движение данного ряда динамики. Поэтому вряд ли правомерно применять одну

и ту же модель-кривую Гомперца к прудовому рыбоводству или рыболовству в озёрах, реках, водохранилищах, учитывая специфичность факторов, действующих в этих направлениях товарного рыбоводства.

Аналогичное явление характерно и для изучения динамики выращивания лососевых видов рыб, используя кривую роста Перла-Рида вида: $y_t = \frac{1}{a+b+c^t}$.

Тогда данная функция преобразуется в линейную из логарифмов $\frac{1}{y} = a + bc^t$ (Эконометрика, 2016). Эта кривая получила широкое применение в прогнозировании социально-экономических явлений, особенно для демографических расчётов американскими учёными – биологом Р. Перлем и математиком Л. Ридом. Применительно к нашему случаю кривая выражает тенденцию к некоторому пределу, в котором возрастание затухает. Максимальный предел устанавливается прежде всего на основании используемых ресурсов (наличие земли, воды, кормовой базы и др.).

Коэффициенты графика этой логистической кривой близки к графику кривой Гомперца, но в отличие от неё логистическая кривая имеет точку симметрии, совпадающую с точкой перегиба. С помощью этой функции хорошо описывается развитие нового производства. В данном случае речь идет о выращивании осетровых и лососевых видов рыб.

Таблица 2. Динамика выращивания лососевых видов рыб за 2013–2024 гг.

| Годы | t | y, тыс.т. | lgy | c ^t | lgy, теор. | bc ^t | $\lg \frac{1}{y}$ | y _{теор.} | $\frac{1}{y}$, теор. |
|------|----|-----------|-------|----------------|------------|-----------------|-------------------|--------------------|-----------------------|
| 2013 | 0 | 46723 | 4,670 | 1,0 | 4,87 | 4,609 | 0,214 | 48650 | 0,213 |
| 2014 | 1 | 43795 | 4,641 | 1,028 | 4,661 | 4,738 | 0,215 | 45766 | 0,215 |
| 2015 | 2 | 35370 | 4,549 | 1,056 | 4,671 | 4,867 | 0,220 | 46211 | 0,214 |
| 2016 | 3 | 41694 | 4,620 | 1,086 | 4,656 | 5,075 | 0,216 | 45305 | 0,215 |
| 2017 | 4 | 46832 | 4,671 | 1,117 | 4,750 | 5,148 | 0,214 | 51213 | 0,212 |
| 2018 | 5 | 55833 | 4,747 | 1,148 | 4,815 | 5,291 | 0,211 | 65300 | 0,208 |
| 2019 | 6 | 77667 | 4,890 | 1,580 | 4,960 | 5,439 | 0,204 | 73355 | 0,205 |
| 2020 | 7 | 102363 | 5,010 | 1,213 | 5,018 | 5,590 | 0,200 | 104213 | 0,189 |
| 2021 | 8 | 123209 | 5,091 | 1,247 | 5,116 | 5,717 | 0,196 | 130670 | 0,198 |
| 2022 | 9 | 139716 | 5,145 | 1,282 | 5,153 | 5,908 | 0,194 | 142317 | 0,194 |
| 2023 | 10 | 144500 | 5,160 | 1,318 | 5,174 | 6,075 | 0,194 | 149280 | 0,193 |
| 2024 | 11 | 130577 | 5,116 | 1,355 | 5,377 | 6,245 | 0,195 | 150317 | 0,186 |

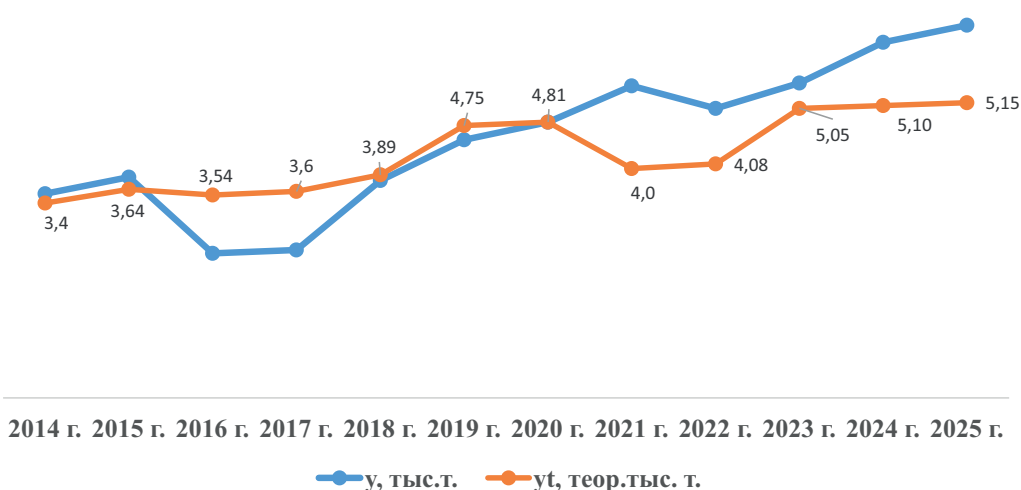


Рис. 2. Кривая Перла-Рида лососевых видов рыб за 2014–2025 гг.

В начале производства нового вида товара биологические и технические средства производства ещё недостаточно разработаны, издержки производства высоки и спрос на товар невысокий. В дальнейшем с увеличением спроса и усовершенствованием технических методов изготовления товара производство увеличивается и наступает насыщение товара на рынке, рост производства замедляется и наступает стабилизация выпуска товаров на определённом уровне.

Из таблицы и рисунка 2 видно, что по мере роста выращивания рыбы, отношение $\frac{1}{y}$ снижается, что свидетельствует об абсолютном уменьшении приращений объёмов выращивания рыбы.

Применительно к нашему примеру динамики выращивания лососевых видов рыб кривая Перла – Рида имеет вид $\lg \frac{1}{y} = \lg a + \lg b \times (c^t)$, а в числовом выражении $\lg \frac{1}{y} = \lg 0,080 + \lg 4,609 \times 1,028^t$. Параметры уравнения а, в и с были определены способом, изло-

женным выше при нахождении параметров уравнения Гомперца.

Следует иметь в виду, что добыча лососевых видов рыб в рыболовстве носит сезонный характер (июль-август). Причём максимальные уловы достигаются в нечётные годы, а минимальные – в чётные. Причиной сезонности вылова лососевых видов рыб может быть не только различная на протяжении года степень их концентрации, обусловленная природно-климатическими условиями, но и неодинаковая в течение года пищевая ценность рыбы. Неравномерность добычи рыбы приводит к необходимости введения поправочных коэффициентов (на сезонность) в вышеуказанных логистических кривых особенно при их использовании для прогнозирования. В таких случаях функция Перла-Рида приобретает вид:

$$Y_t = \frac{K}{1 + 10^{a-bt}},$$

где a и b – параметры функции; K – предельное значение функции.

В качестве пределов в рыбном хозяйстве могут выступать лимиты, квоты на добычу рыбы, устанавливая исходя из особенностей сырьевой базы, используемой с учётом биологических и научно-технических особенностей промысла. В этом случае, в функцию надо внести поправочный коэффициент на процент снижения уловов в чётные годы. Исходя из практики, такие коэффициенты могут составлять 0,25–0,30 от объёмов, достигнутых в нечётные годы.

При выращивании рыбы в садках, бассейнах методом индустриального рыбоводства необходимость поправочных коэффициентов отпадает, так как процесс выращивания рыбы полностью регулируется человеком.

При использовании логистических кривых в целях прогнозирования необходима подготовительная работа по анализу состояния товарного рыбоводства, факторов, определяющих его развитие. Речь идёт о наличии финансовых ресурсов, качества рыбопосадочного материала, кормов, сроков зарыбления

рыбопосадочным материалом и др. Отсутствие достаточного количества вышеперечисленных финансовых и материальных ресурсов делает практически невозможным применения логистических кривых в целях прогнозирования.

Так, например, на основе применения линейной функции предполагалось увеличить объём выращивания лососевых видов рыб по Ленинградской области с 2023 по 2024 гг. с 13,1 тыс. т. до 14,3 тыс.т. (рост 9,2%). Фактически в 2024 г. объём выращивания рыбы составил 10,7 тыс. т., что на 18,3% меньше, чем в 2023 г. и ряд динамики принял вид логистической кривой. Причины такого положения явилось сдвигом сроком зарыбления посадочным материалом. Иными словами, хозяйства не смогли вовремя закупить оплодотворённую импортную икру и мальков и вынуждены были перейти на новый отечественный посадочный материал и корма, которые в России производятся в небольших количествах.

Применение кривых роста при прогнозировании требует учета структуры, видового состава рыбы. Так, в Ленинградской области, где в структуре уловов выращивания товарной рыбы 97% занимает радужная форель дает возможность устойчиво прогнозировать динамику, поскольку расход материальных ресурсов, определяющих выращивание форели, носит устойчивый характер (расход корма, расход рыбопосадочного материала на единицу и др.). Сложнее обстоит дело, когда объект прогнозирования – выращивание рыбы со сложной структурой (форель, клариевый сом, судак и др.) где каждый объект имеет свои специфические особенности выращивания. В таких случаях результаты прогнозирования на кривые роста может иметь приблизительное значение, а в некоторых случаях – ошибочное. Поэтому прогнозирование выращивания рыбы с помощью применения кривых роста может иметь вспомогательное значение.

Использование в прогнозах кривых роста будет более эффективным, когда происходит

совершенствование технологии производства. Совершенствование технологии производства, или как принято говорить среди рыбаков, биотехники, является важнейшим фактором роста эффективности промышленного рыбозаведения (Киселев., 2018). Для повышения экономической эффективности товарного рыбоводства приоритетную роль в настоящее время играет внедрение инновационных индустриальных технологий выращивания лососевых видов рыб, рыбопосадочного материала и внедрения в производство новых видов кормов (Тюпаков и др., 2023). Применение логистических кривых помогает в настоящее время понять суть инновационных процессов, которые происходят в товарном рыбоводстве, определение пределов и своевременной разработке и освоения новой технологии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение предлагаемых логистических кривых применительно к отдельным объектам товарного рыбоводства позволяет не только определить динамику роста уловов,

но и определить критические точки (перегибы кривой), связанные со спецификой производства, что очень важно принимать во внимание при прогнозировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Акимов Е.Б. Методические вопросы экономического прогнозирования сырьевой базы океанического рыболовства // М.: Международный технико-экономический журнал. 2014. № 1. С. 66–69.

Гордон Л.М., Эрман Л.А. Пути повышения эффективности товарного рыбоводства // М.: Пищевая промышленность, 1974. 283 с.

Киселев В.К. Аквакультура в России // М.: ФГБНУ «Росин-К 44 формагротех», 2018. 324 с.

Тюпаков К.Э., Акимов Е.Б. Приоритетные направления повышения эффективности товарного рыбоводства. Краснодар: КубГАУ, 2023. 147 с.

Эконометрика: учебник для бакалавриата и магистратуры / И.И. Елисеева и др. : под ред. И.И. Елисеевой. М.: Издательство Юрайт, 2016. 449 с.

ECONOMIC AND SOCIAL ASPECTS OF FISHERY DEVELOPMENT

ON THE SPECIFICS OF THE APPLICATION OF LOGISTIC CURVES IN COMMERCIAL FISH FARMING

© 2025 y. E.B. Akimov

*State Scientific Center of the Russian Federation «VNIRO»,
Russia, Moscow, 105187*

The article is devoted to the application of statistical and mathematical models such as the growth curves of B. Gompertz, R. Pearl and L. Reed to commercial fish farming. Based on these models, an analysis of the current state and the possibility of using it in forecasting the development of production of sturgeon and salmon species is presented.

Keywords: logistic curve, commercial fish farming, industrial fish farming, sturgeon farming, salmon farming.