

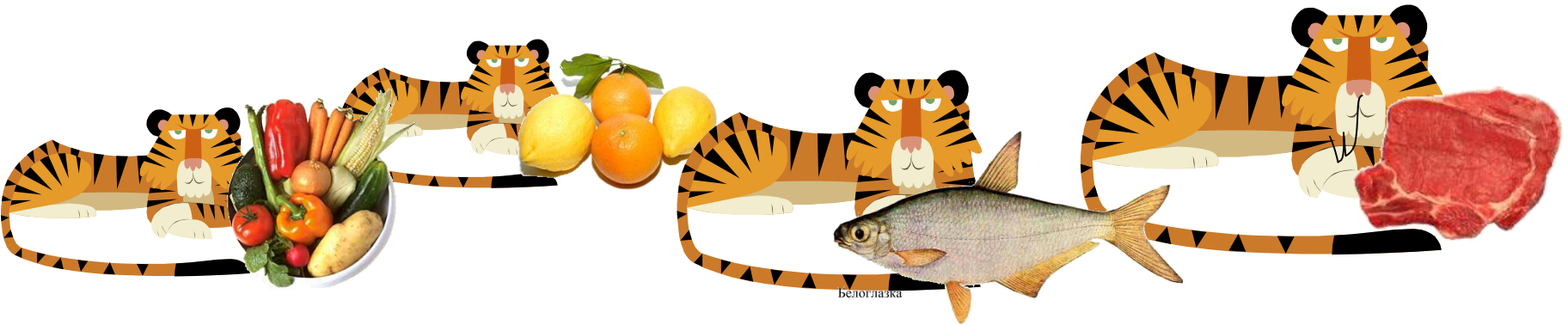
Занятие 5

Дисперсионный анализ ANOVA (продолжение)

Небольшое отступление о ПО

1. Специализированные программы для **конкретных задач** (MacAnova, OpenEpi...);
2. Универсальные с **графическим интерфейсом** (сходны по основным методам анализа, различаются по спектру «продвинутых» методов):
 - ✓ Statistica
 - ✓ SPSS (PSPP - free)
 - ✓ SYSTAT, Minitab ...
3. С **командной строкой** и упрощённым графическим интерфейсом (среда R, SAS, Stata)

One-way ANOVA (однофакторный дисперсионный анализ):



Одна зависимая переменная, variable (масса тела);

Одна группирующая = фактор (рацион).

Одна нулевая гипотеза о равенстве средних значений в группах.

Что делать, если нужно проанализировать одновременное влияние **двух и более факторов** на зависимую переменную?

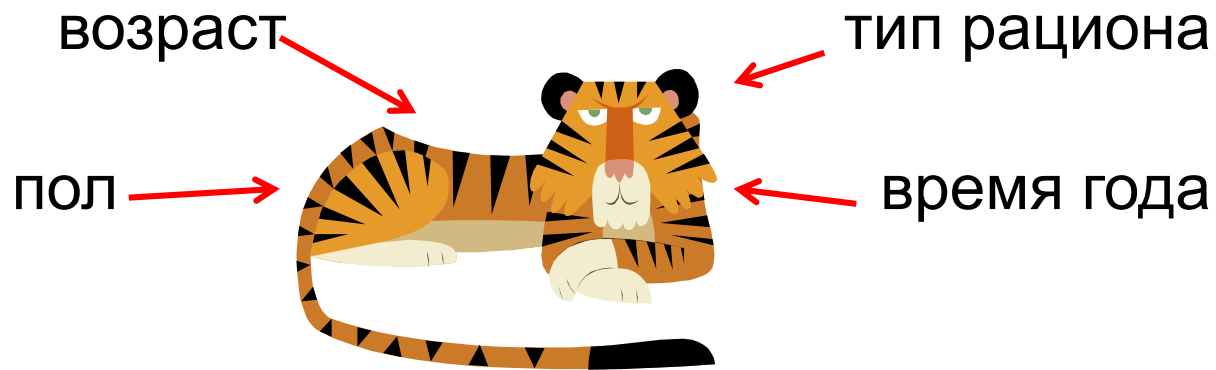
Можно было бы протестировать факторы **по отдельности**: или **несколько раз повторить** One-way ANOVA, или взять **несколько наборов данных** и проводить на одном массиве данных на них независимые One-way ANOVA. **НО**:

1. При повторе One-way ANOVA на одном массиве - **эффект множественных сравнений** (непредсказуемо растёт общая вероятность ошибки 1-го рода);
2. Факторы могут **взаимодействовать** между собой, меняя результаты однофакторных тестов;
3. Несколько факторов одновременно позволяют **лучше объяснить изменчивость** зависимой переменной.





Надо проанализировать действие
нескольких факторов одновременно!



Придумано много вариантов, как для разных типов и количества факторов проверить, как они «влияют» на зависимую переменную (объясняют её изменчивость)

Словарь ANOVA

FACTOR = Independent variable=grouping variable (=predictor in linear model) - независимая переменная .

DEPENDENT variable (=response in linear model) - зависимая переменная.

CELL - наблюдения с одинаковыми значениями группирующих переменных = ячейка в таблице.

Replicates - наблюдения.

Marginal means - средние значения по уровням каждого фактора (игнорируя другие факторы).

Levels - уровни фактора

Interaction - взаимодействие факторов.

Unbalanced design - разные N в ячейках (равные - **balanced**).

Missed cell - пустая ячейка.

ANOVA

RM &
blocks

MANOVA

ANCOVA

One-way



1 factor + 1 response

Model 1

Factor=fixed

Model 2

Factor=random

Nested

(hierarchical)



В каждом уровне фактора 1 – свой набор уровней фактора 2

Model 1

All Factors=fixed

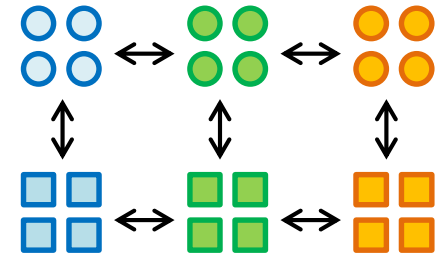
Mixed-effect model

Fixed and random factors

Multifactor (multiway)

K factors + 1 response

Factorial (crossed)



есть все комбинации уровней факторов

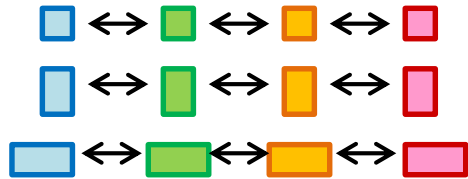
K factors + 1 response + interaction

Model 2

All Factors=random

ANOVA

Repeated measures (randomized blocks)

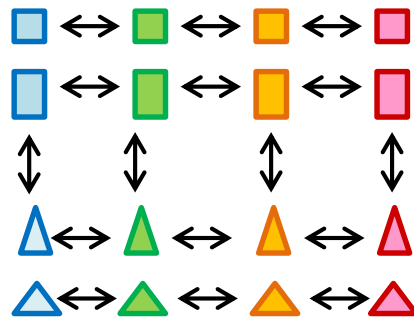


Уровни K факторов – связанные
выборки + 1 response + interactions

ANCOVA (analysis of covariance)

K факторов + L continuous
predictors + 1 response
+ interaction

Partly nested (split-plot)



+ факторы, разбивающие
блоки на группы + interactions

MANOVA (multivariate ANOVA)

K факторов + M
responses + interaction

Multiway ANOVA

многофакторный дисперсионный анализ

Мы изучаем влияние пола и возраста на массу тела у африканских земляных белок.

Зависимая переменная – масса тела.

Фактор А – пол (1. самец; 2. самка – 2 уровня)

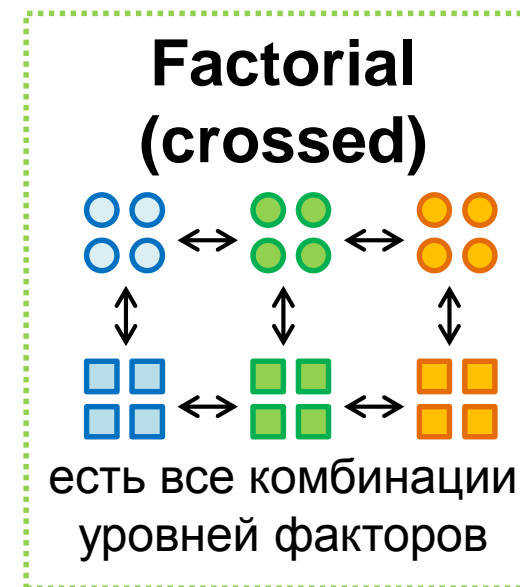
Фактор В – возраст (1 год, 2 года, 3 года – 3 уровня).

Фактора ДВА, зависимая переменная одна



Factorial ANOVA

	1 год	2 года	3 года
самцы	440 438 429 502 602	892 868 855 866 932	1575 849 759 1602 1327
самки	308 328 326 326 325	737 798,5 876 810 861	1000,5 901 958 1032 883



Получилось $a \times b = 2 \times 3 = 6$ групп белок – 6 ячеек (cells).
Представлены все возможные комбинации уровней факторов – crossed design.

Это Модель 1 – оба фактора фиксированные – FIXED!

Пусть в каждой ячейке по n наблюдений.

Factorial ANOVA

	1 год	2 года	3 года	Marginal means
самцы	440 438 429 502 602	892 868 855 866 932	1575 849 759 1602 1327	862
самки	308 328 326 326 325	737 798,5 876 810 861	1000,5 901 958 1032 883	667
Marginal means	402.4	855.2222	1098.444444	772

Cell means –
средние для
КАЖДОЙ ячейки

Формулируем **3 нулевые гипотезы** (к ним - 3 альтернативные):

H_0 : **пол** не влияет на массу белки ($\mu_{\text{самцы}} = \mu_{\text{самки}}$)

H_0 : **возраст** самки не влияет на массу белки ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$)

H_0 : нет **взаимодействия** между факторами.

Factorial ANOVA

Первые две гипотезы понятны – они такие же, как в однофакторной ANOVA.

Что такое **взаимодействие факторов**?

Если **нет** взаимодействия, каждый фактор должен давать отклонение от общего среднего в каждой ячейке на строго определённое число, для каждого уровня фактора своё.

Например, 2-хлетние зверьки тяжелее годовалых на 300 г в среднем, и это справедливо и для самок, и для самцов.

Если это условие не соблюдается, взаимодействие факторов есть!

Factorial ANOVA

Тестируем гипотезы (Модель 1)

H_0 : **пол** не влияет на массу белки ($\mu_{\text{самцы}} = \mu_{\text{самки}}$)

H_0 : **возраст** самки не влияет на массу белки ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$)

H_0 : нет **взаимодействия** между факторами: это несколько «гипотез», по одной для каждой ячейки -

$$H_0(AB): \mu_{ij} - \mu_i - \mu_j + \mu = 0$$

Взаимодействие – это та разница, которая останется между средним в ячейке и общим средним, если из среднего в ячейке вычесть эффекты обоих факторов.

Тестируем гипотезы через сравнение дисперсий: для **факторов** – межгрупповой и внутригрупповой; для **взаимодействия** – дисперсии между ячейками за вычетом эффекта факторов и внутригрупповой.

Factorial ANOVA

$$MS_{factorA} = \frac{SS_{factorA}}{df_{factorA}} = \frac{bn \sum_{i=1}^a (\bar{X}_{\textcircled{i}} - \bar{X}_{\textcircled{G}})^2}{a-1}$$

$$F_{factorA} = \frac{MS_{factorA}}{MS_{error}}$$

$$MS_{factorB} = \frac{SS_{factorB}}{df_{factorB}} = \frac{an \sum_{j=1}^b (\bar{X}_{\textcircled{j}} - \bar{X}_{\textcircled{G}})^2}{b-1}$$

$$F_{factorB} = \frac{MS_{factorB}}{MS_{error}}$$

$$MS_{error} = \frac{SS_{error}}{df_{error}} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \left[\sum_{l=1}^n (X_{\textcircled{ijl}} - \bar{X}_{\textcircled{ij}})^2 \right]}{N - ab}$$

(Для ячеек одного размера)

Factorial ANOVA

Дисперсия между ячейками не равна сумме изменчивостей между уровнями фактора А и уровнями фактора В. Эта разница определяется взаимодействием факторов:

$$MS_{ABint} = \frac{SS_{ABint}}{df_{ABint}} = \frac{SS_{between\ cells} - SS_{factorA} - SS_{factorB}}{df_{between\ cells} - df_{factorA} - df_{factorB}}$$

\nearrow
 $df_{interaction} = df_{factorA} \times df_{factorB}$

$$SS_{between\ cells} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b n(\bar{X}_{ij} - \bar{X}_G)^2$$

$$df_{between\ cells} = ab - 1$$

$$df_{ABint} = (a - 1)(b - 1)$$

$$F_{ABint} = \frac{MS_{ABint}}{MS_{error}}$$

Factorial ANOVA

То есть, для каждой гипотезы мы рассчитываем своё F-значение и сравниваем его со своим критическим уровнем.

$$F_{R_{\text{obs}}} = \frac{MS_R}{MS_W}$$

Изменчивость между строками
 MS_{error} , средняя по ячейкам внутригрупповая

$$F_{C_{\text{obs}}} = \frac{MS_C}{MS_W}$$

изменчивость
Изменчивость между столбцами

$$F_{RC_{\text{obs}}} = \frac{MS_{RC}}{MS_W}$$

«взаимодействие» факторов

Достоверное взаимодействие факторов говорит о том, что различия между уровнями одного из факторов неодинаковы для всех уровней другого фактора.

Factorial ANOVA

ANOVA table

<i>Source of variation</i>	<i>Sum of squares (SS)</i>	<i>Degrees of freedom (df)</i>	<i>Mean square (MS)</i>	<i>F</i>
Row	SS_R	$R - 1$	SS_R/df_R	MS_R/MS_W
Column	SS_C	$C - 1$	SS_C/df_C	MS_C/MS_W
RC interaction	SS_{RC}	$(R - 1)(C - 1)$	SS_{RC}/df_{RC}	MS_{RC}/MS_W
Within cell	SS_W	$RC(n - 1)$	SS_W/df_W	
Total	SS_T	$n_G - 1$		



Factorial ANOVA

Взаимодействие между факторами \neq корреляция между ними!

	1 год	2 года	3 года
самцы	800	1100	1400
холостые самки	600	900	1200
самки с выводками	400	700	1000

	1 год	2 года	3 года
самцы	900	1200	600
холостые самки	600	900	1200
самки с выводками	300	600	1200

Взаимодействия факторов **НЕТ**



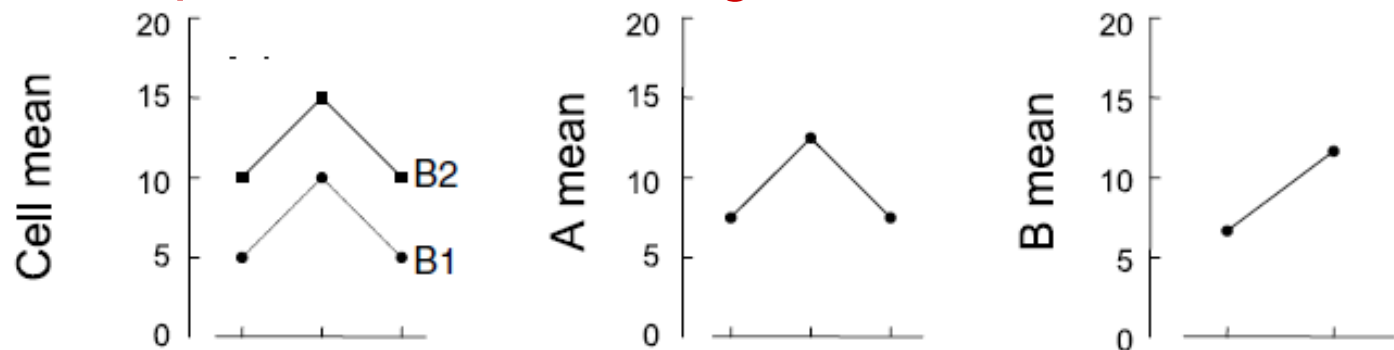
Взаимодействие факторов **ЕСТЬ**

У самцов возраст сказывается на массе не так, как у самок!

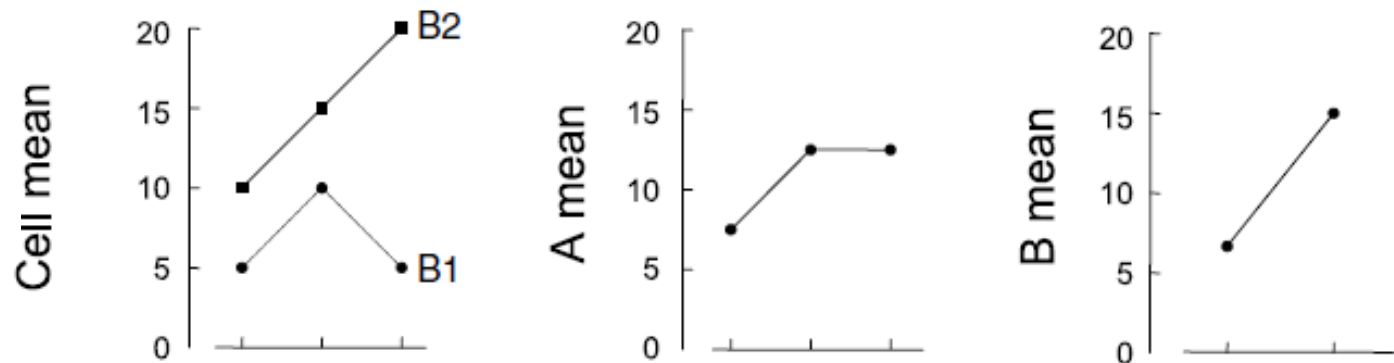
Factorial ANOVA

Картинка с cell и marginal means

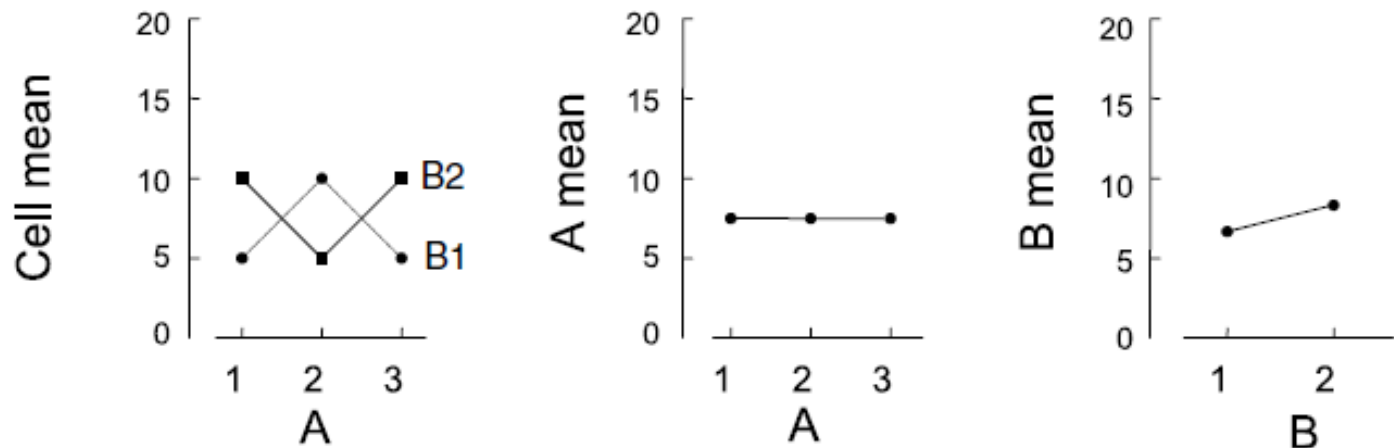
**Нет
взаимодействия**



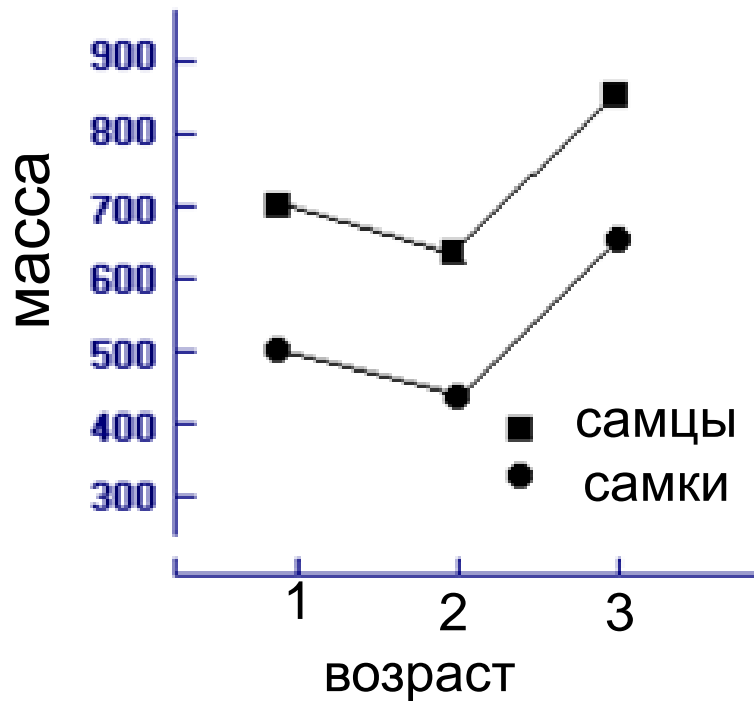
**Есть
взаимодействие**



**Есть
взаимодействие**

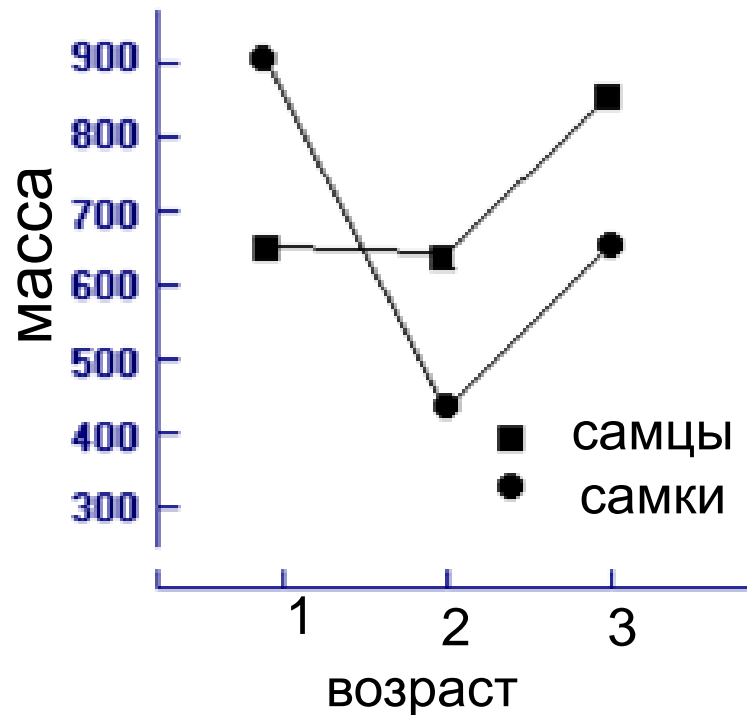


Factorial ANOVA



и пол, и возраст влияют на массу;

взаимодействия факторов НЕТ взаимодействие ЕСТЬ



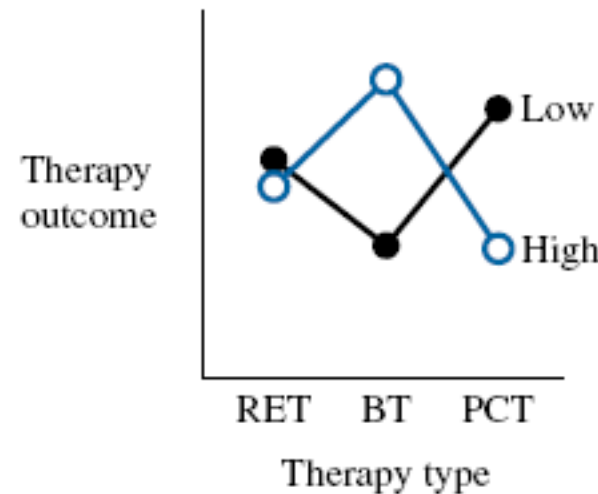
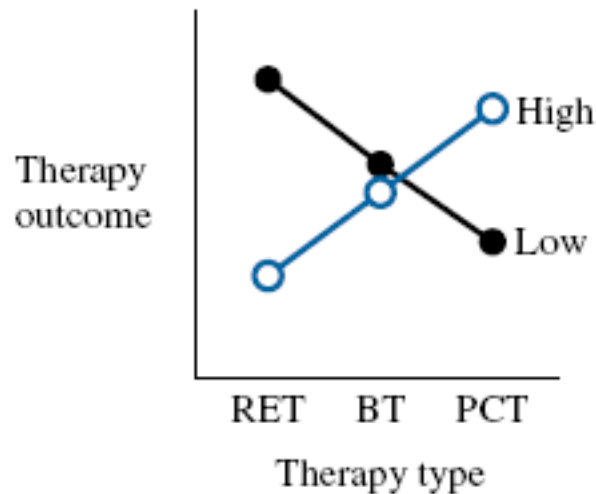
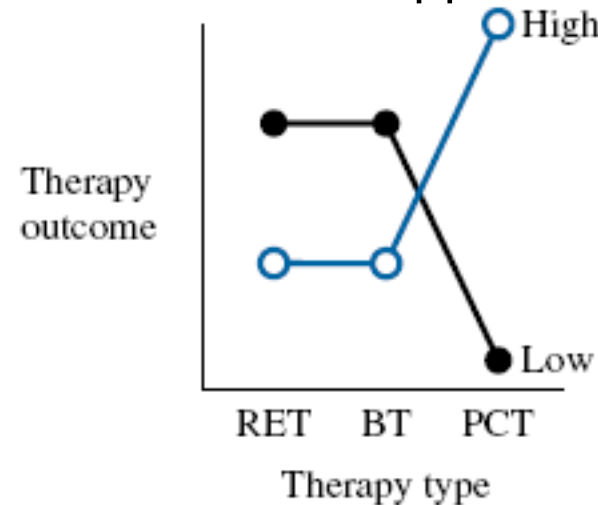
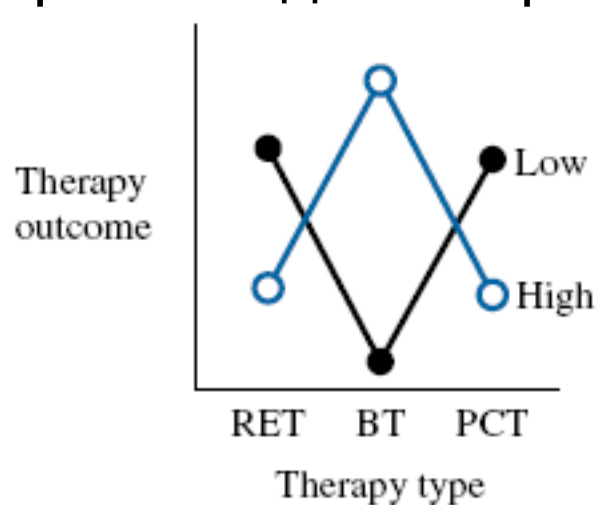
возраст влияет на массу,
пол – нет;

если линии на рисунке ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, взаимодействия факторов НЕТ.

если НЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, взаимодействие ЕСТЬ.

Factorial ANOVA

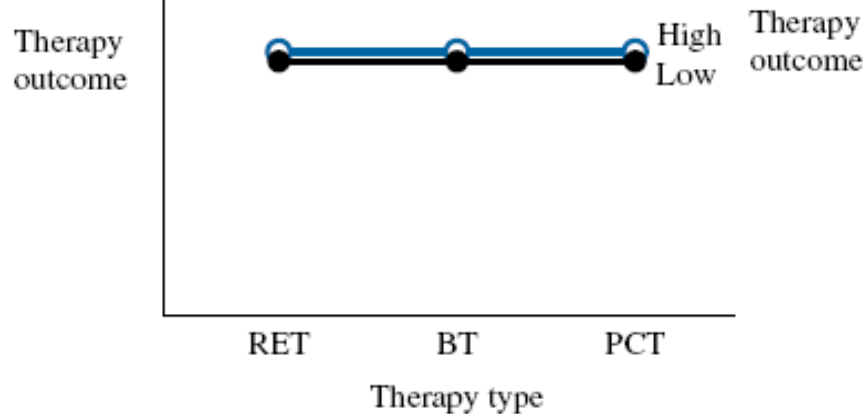
Оба эффекта недостоверны, но есть взаимодействие факторов



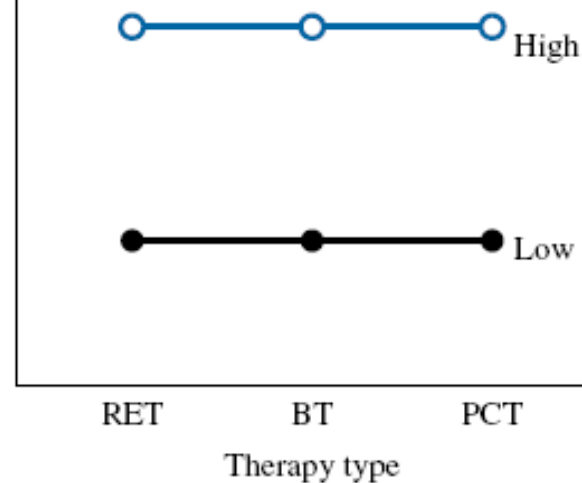
Возможные варианты графиков для таблицы 2x3 (пример про 3 типа лечения у опытных и неопытных врачей):

Factorial ANOVA

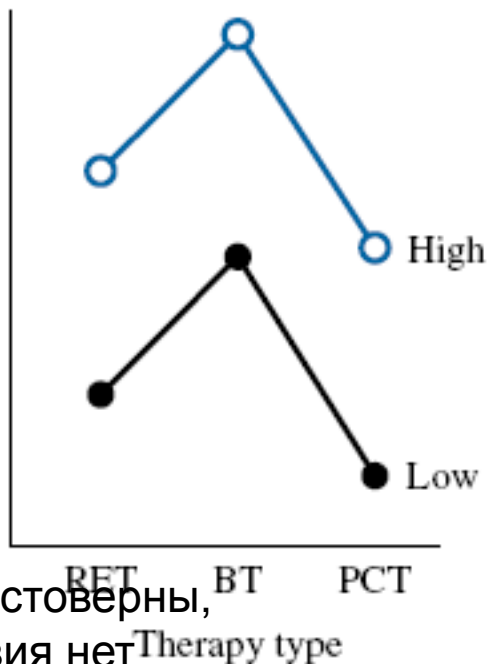
эффекты не
достоверны,
взаимодействия нет



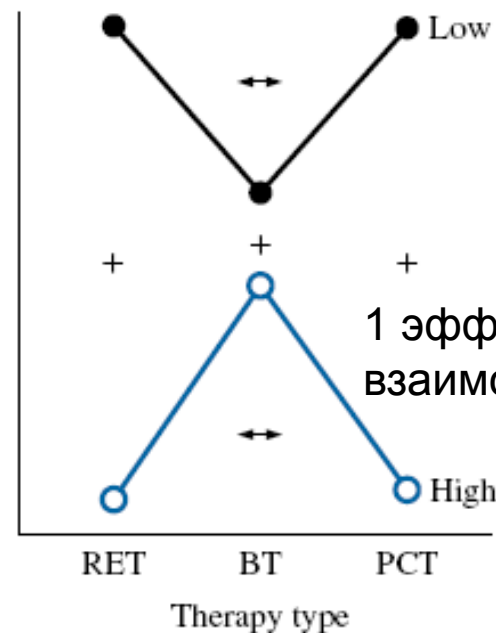
1 эффект достоверен,
взаимодействия нет



Therapy outcome



Therapy outcome



1 эффект достоверен,
взаимодействие есть

2 эффекта достоверны,
взаимодействия нет

ANOVA на практике:

Современное ПО считает MS и проверяет гипотезы ANOVA не напрямую, а через построение линейных моделей: модель ANOVA представляется как уравнение

Общее среднее

Эффект взаимодействия

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

Каждое наблюдение зависимой переменной

Эффекты факторов

Ошибка (residual)

Такие линейные модели позволяют:

- ✓ посчитать в ней **коэффициенты** и **предсказать** значения зависимой переменной для **новых данных**;
- ✓ оценивать **качество модели** (насколько она хорошо объясняет изменчивость response)
- ✓ добавляя/убирая факторы, проверять, как меняется качество модели (оценивать **вклад этих факторов**).

Mixed effect models

Для **разных типов** факторов **F** в многофакторных моделях считается по-разному! (Для random фактора **другая** H_0 и дисперсия оценивается не только между имеющимися группами, но между всеми потенциально возможными.)

$$H_0(B) : \sigma_{\beta}^2 = 0$$

A fixed, B random

Source	A and B fixed	A and B random	Restricted version
A	$\frac{MS_A}{MS_{Residual}}$	$\frac{MS_A}{MS_{AB}}$	$\frac{MS_A}{MS_{AB}}$
B	$\frac{MS_B}{MS_{Residual}}$	$\frac{MS_B}{MS_{AB}}$	$\frac{MS_B}{MS_{Residual}}$
AB	$\frac{MS_{AB}}{MS_{Residual}}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_{Residual}}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_{Residual}}$

Важное следствие: при наличии random фактора мощность для fixed фактора повышается с увеличением кол-ва групп random фактора.

Factorial ANOVA

Апостериорные (post hoc) тесты для двухфакторной АНОВы

1. Не используются для random factors;
2. Если взаимодействие между факторами достоверно, бессмысленно проводить пост хок тесты для каждого из факторов по отдельности, нужно сравнивать между собой ячейки.



Factorial ANOVA

Частный случай Factorial ANOVA - Main effect ANOVA

1. Мы исследуем действие на выборку ДВУХ (трёх, четырёх) категориальных факторов (independent variables).
2. Зависимая переменная ОДНА.
3. Факторы НЕЗАВИСИМЫ (то есть, мы откуда-то заранее это уже знаем).

Мощность такого теста выше, чем у Factorial ANOVA, но в независимости факторов надо как-то убедиться.

Factorial ANOVA

Если факторов 2 – **Two-way ANOVA**; если много, а зависимая переменная **ОДНА** - **Multiway ANOVA**

В этом случае становится много гипотез о взаимодействии факторов (для 3-х факторов 4 гипотезы о взаимодействии). Не рекомендуется исследовать действие более 4-х факторов, так как затрудняется интерпретация результатов.

В программах все подобные процедуры производятся через анализ линейных моделей – General linear models.

Factorial ANOVA

Assumptions

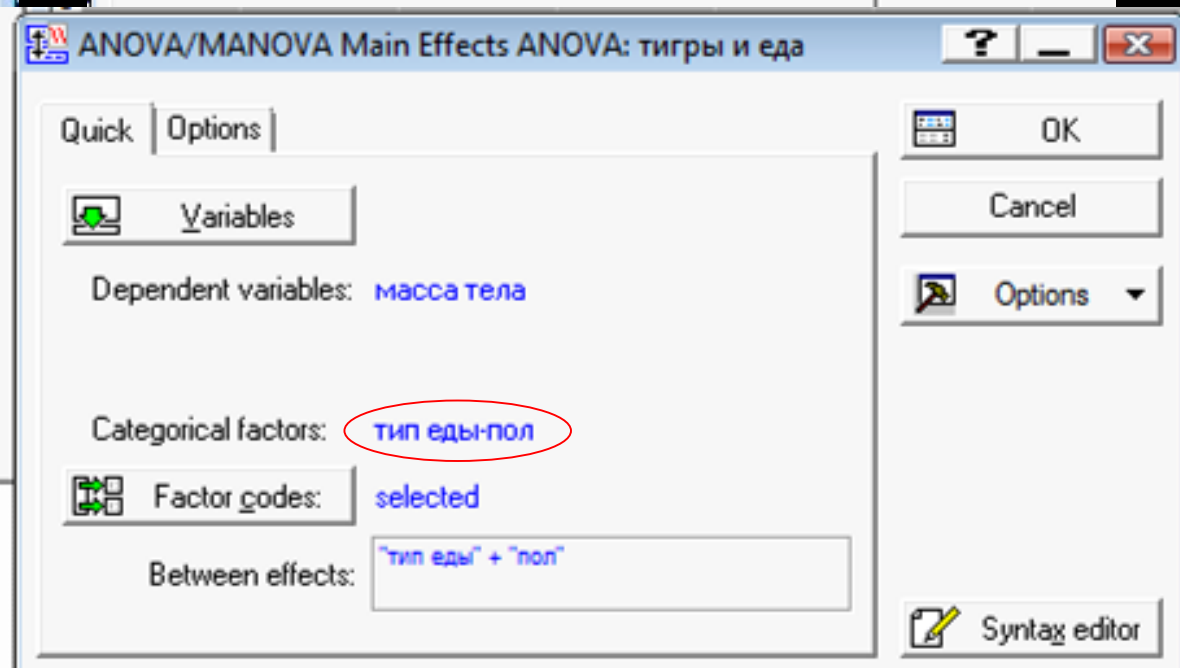
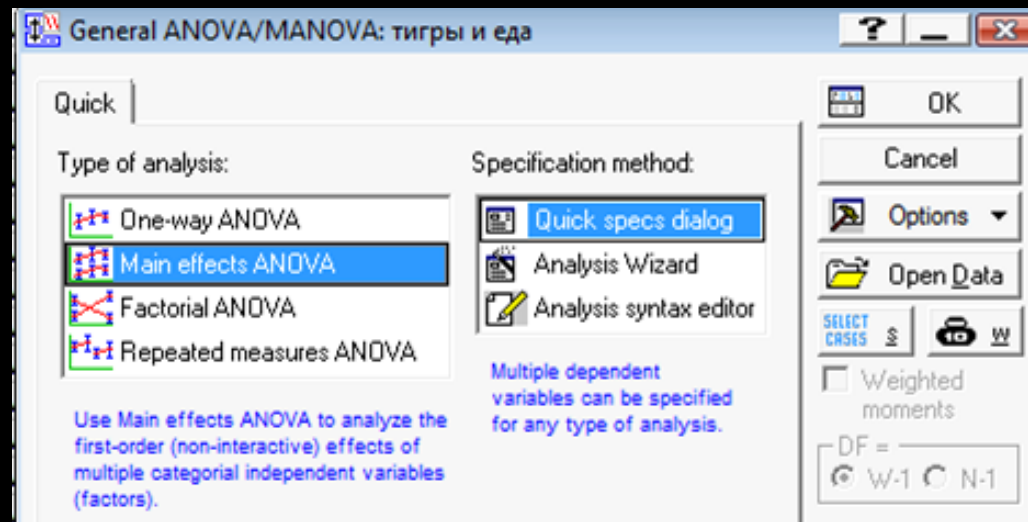
1. Нормальное распределение в ячейках (нормальное распределение residuals);
2. Гомогенность дисперсий в ячейках (это важно!)
3. Не должно быть пустых ячеек – missed cells
4. Чем меньше разница в N между ячейками, тем лучше (balanced design)



Данные: тигры и еда (10v by 48c)

	1	2	3
	масса тела	тип еды	пол
2	135	овощи	самец
3	137	овощи	самец
4	118	овощи	самец
5	132	овощи	самец
6	135	овощи	самец
7	131	овощи	самец
8	137	овощи	самец
9	121	овощи	самка
10	140	овощи	самка
11	152	овощи	самка
12	133	овощи	самка
13	151	овощи	самка
14	132	овощи	самка
15	139	овощи	самка
16	96	овощи	самка
17	108	фрукты	самец
18	94	фрукты	самец
19	84	фрукты	самец
20	87	фрукты	самец
21	82	фрукты	самец
22	79	фрукты	самец
23	74	фрукты	самец
24	73	фрукты	самец
25	67	фрукты	самка
26	78	фрукты	самка
27	63	фрукты	самка
28	90	фрукты	самка
29	81	фрукты	самка

Main effect ANOVA



Здесь тигры разного пола едят разную пищу

Univariate Tests of Significance for масса тела (тигры и еда)

Sigma-restricted parameterization
Effective hypothesis decomposition

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	696490,1	1	696490,1	5949,825	0,000000
тип еды	34621,2	2	17310,6	147,877	0,000000
пол	4,1	1	4,1	0,035	0,852701
Error	5150,7	44	117,1		

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)

Probabilities for Post Hoc Tests
Error: Between MS = 117,06, df = 44,000

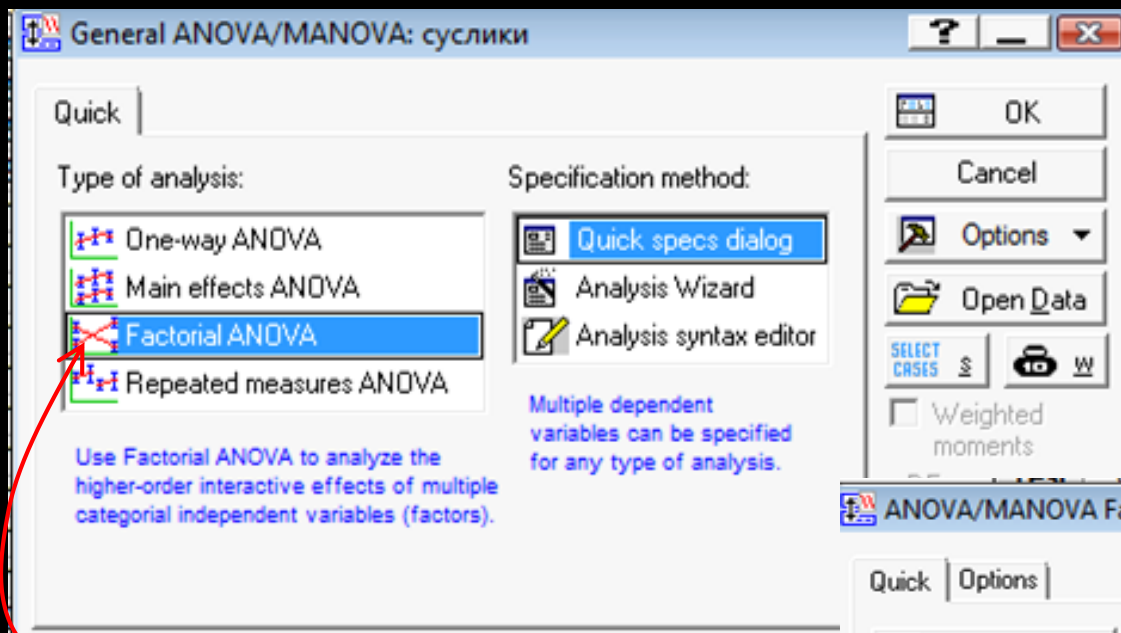
Cell No.	тип еды	{1}	{2}	{3}
1	овощи	133,75	83,000	144,63
2	фрукты	0,000130	0,018280	0,000130
3	мясо	0,018280	0,000130	

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)

Probabilities for Post Hoc Tests
Error: Between MS = 117,06, df = 44,000

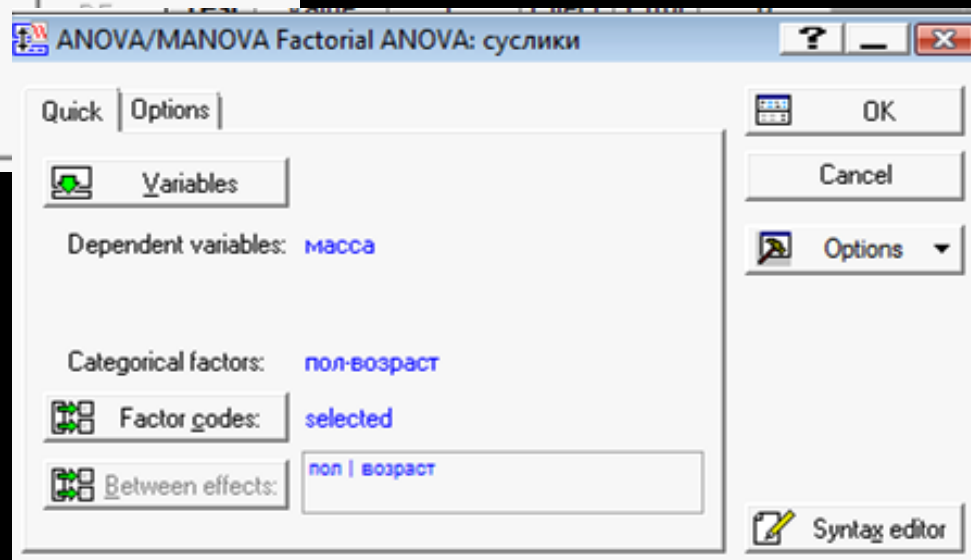
Cell No.	пол	{1}	{2}
1	самец	120,75	120,17
2	самка	0,852808	0,852808

Тип еды оказывал достоверное влияние на массу тигров;
пол – не оказывал достоверного влияния на массу.



Factorial ANOVA суслики

даже здесь линии
пересекаются



Univariate Tests of Significance for масса (суслики)

Univariate Tests of Significance for масса (суслики)					
Sigma-restricted parameterization					
Effective hypothesis decomposition					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	97234968	1	97234968	1171,993	0,000000
пол	1901243	1	1901243	22,916	0,000004
возраст	700892	2	350446	4,224	0,016126
пол*возраст	44962	2	22481	0,271	0,762953
Error	14850820	179	82965		

Table of All Effects: суслики

Sigma-restricted parameterization

Effective hypothesis decomposition

Effect	SS	D...	MS	F	p
пол	190E4	1	190E4	22,92	,000*
возраст	701E3	2	350E3	4,22	,016*
пол*возраст	450E2	2	225E2	,27	,763

Double-click on an effect to produce a graph or a Spreadsheet of means.

Copy to Clipboard

ANOVA Results 1: суслики

Profiler | Resids | Matrix | Report

Quick | Summary | Means | Comps

All effects/Graphs

All effects

Alpha values

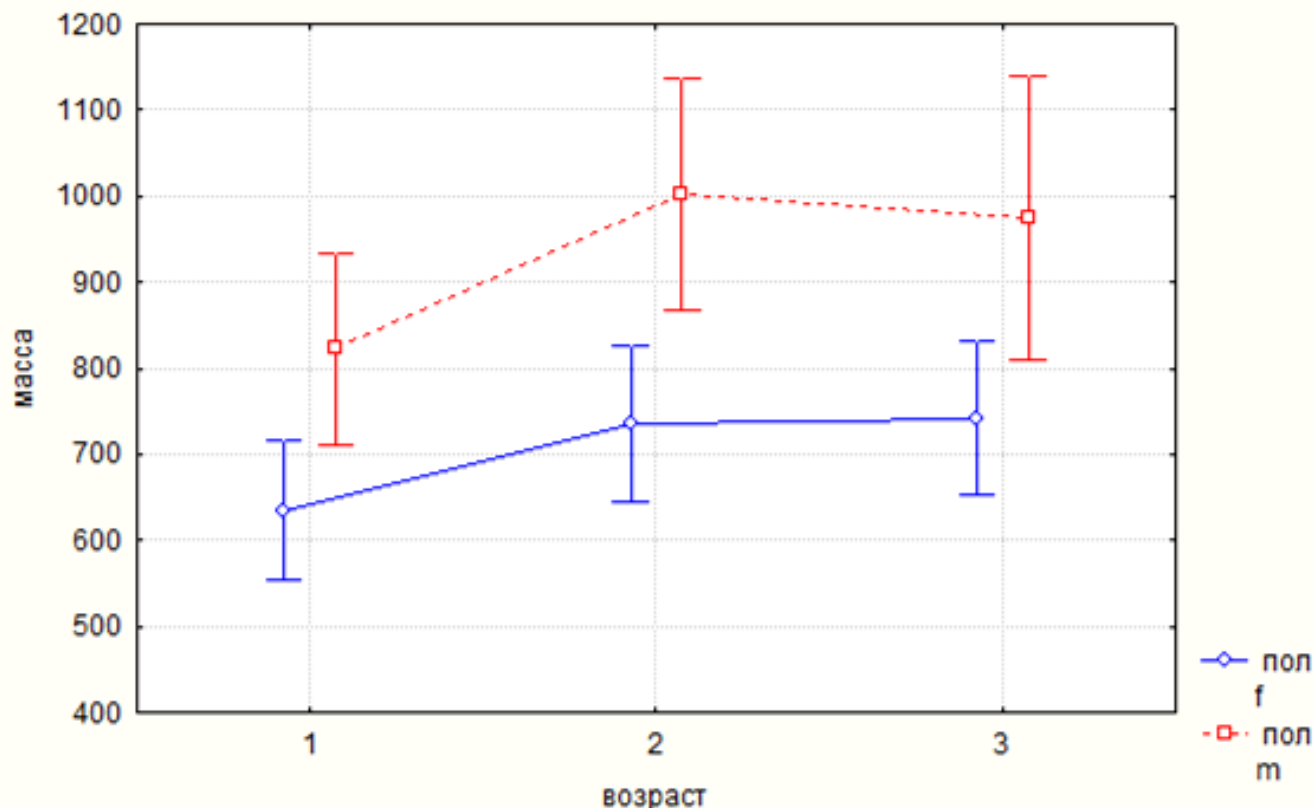
Confidence limits: .950

Significance level: .050

More results | Modify | Close

Options

пол*возраст; LS Means
Current effect: $F(2, 179)=,27097, p=,76295$
Effective hypothesis decomposition
Vertical bars denote 0,95 confidence intervals



первые две гипотезы мы отвергаем: и пол, и возраст
влияют на массу белок.

третью не отвергаем: **взаимодействия факторов НЕТ**

Statistics Data Mining Graphs Tools Data Window Help Scorecard PROCEED

Resume... Ctrl+R

Basic Statistics/Tables

Multiple Regression

ANOVA

Nonparametrics

Distribution Fitting

Distributions & Simulation

Advanced Linear/Nonlinear Models

Multivariate Exploratory Techniques

Industrial Statistics & Six Sigma

Power Analysis

Automated Neural Networks

PLS, PCA, Multivariate/Batch SPC

Variance Estimation and Precision

Statistics of Block Data

STATISTICA Visual Basic

Batch (ByGroup) Analysis

Probability Calculator

General Linear Models

Generalized Linear/Nonlinear

Stepwise Model Builder

General Regression Models

General Partial Least Squares

NIPALS Algorithm (PCA/PLS)

Variance Components

Survival Analysis

Cox Proportional Hazards Model

Nonlinear Estimation

Fixed Nonlinear Regression

Log-Linear Analysis of Frequency

Time Series/Forecasting

Structural Equation Modeling

4 с уборщица

5 цвет тигра

6 Var6

549

591

542

General linear models

General Linear Models (GLM): тигры.sta

Quick

Type of analysis:

- One-way ANOVA
- Main effects ANOVA
- Factorial ANOVA
- Nested design ANOVA
- Huge balanced ANOVA
- Repeated measures ANOVA
- Simple regression
- Multiple regression
- Factorial regression
- Polynomial regression
- Response surface regression
- Mixture surface regression
- Analysis of covariance
- Separate-slopes model
- Homogeneity-of-slopes model
- General linear models

Specification method:

- Quick specs dialog
- Analysis Wizard
- Analysis syntax editor

Use Factorial ANOVA to analyze the higher-order interactive effects of multiple categorical independent variables (factors).

Multiple dependent variables can be specified for any type of analysis. Both univariate and multivariate results are available when multiple dependent variables are specified.

OK

Cancel

Options

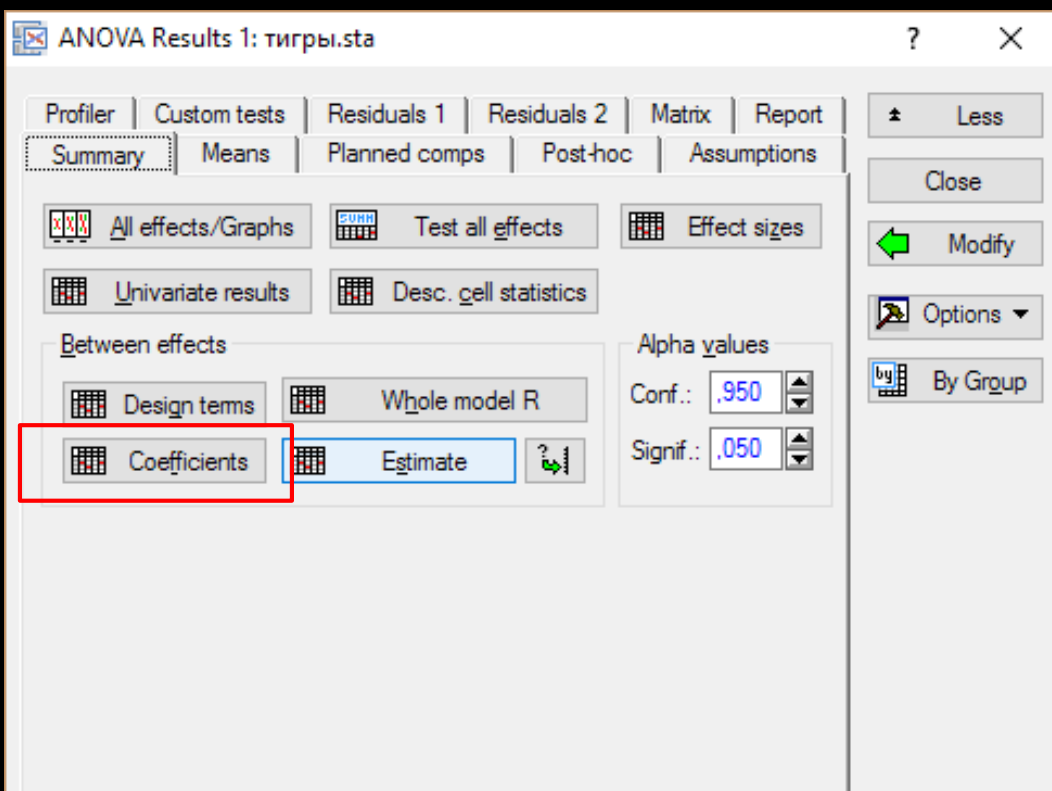
Open Data

SELECT CASES S W

Weighted moments

DE = ☒ W-1 ☐ N-1

For related ANOVA and regression methods, also refer to the Experimental Design and the Variance Components and Mixed-Model ANOVA/ANCOVA modules.



Параметры линейной модели: оценки линейных коэффициентов и их SE.

Parameter Estimates (тигры.sta)												
Sigma-restricted parameterization												
Effect	Level of Effect	Column	вес тигра, кг Param.	вес тигра, кг Std.Err	вес тигра, кг t	вес тигра, кг p	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt	вес тигра, кг Beta (?)	вес тигра, кг St.Err.?	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt
Intercept		1	335,0938	2,800396	119,6594	0,000000	329,3574	340,8301				
пол тигра	самец	2	202,6562	2,800396	72,3670	0,000000	196,9199	208,3926	0,997309	0,013781	0,969080	1,025539
цвет тигра	тёмный	3	0,4062	2,800396	0,1451	0,885696	-5,3301	6,1426	0,001999	0,013781	0,026230	0,030229
пол тигра*цвет тигра	1	4	1,4688	2,800396	0,5245	0,604073	-4,2676	7,2051	0,007228	0,013781	0,021002	0,035458

В методах: указать, что влияние Факторов 1, 2... на переменную 1 были проанализированы многофакторным дисперсионным анализом (multifactorial = multiway ANOVA)



В результатах указывают:

Обязательно – сначала достоверные результаты ANOVA, т.е., F , df , p для каждого фактора и для взаимодействия факторов (в тесте, подписи к рисунку или в таблице АНОВы);

Для теста Тьюки – p значение (например, ... Tukey post hoc test, $p=0.0001$...).

Если модель сложная, тем более смешанных эффектов, указывают линейные коэффициенты модели (estimates) и их ошибки (SE).

Nested ANOVA

Crossed design: в таблице были представлены все возможные комбинации факторов.

Но существуют варианты исследований, которые этого не предполагают.

Nested ANOVA:

1. Два и больше факторов;
2. Каждое значение одного фактора **существует в комбинации только с одним значением** другого фактора (подгруппы внутри групп)
3. Часто (но необязательно) фактор, образующий подгруппы – random factor.
4. Взаимодействие факторов не рассматривается.

Nested = hierarchical design

<http://www.biostathandbook.com/nestedanova.html>



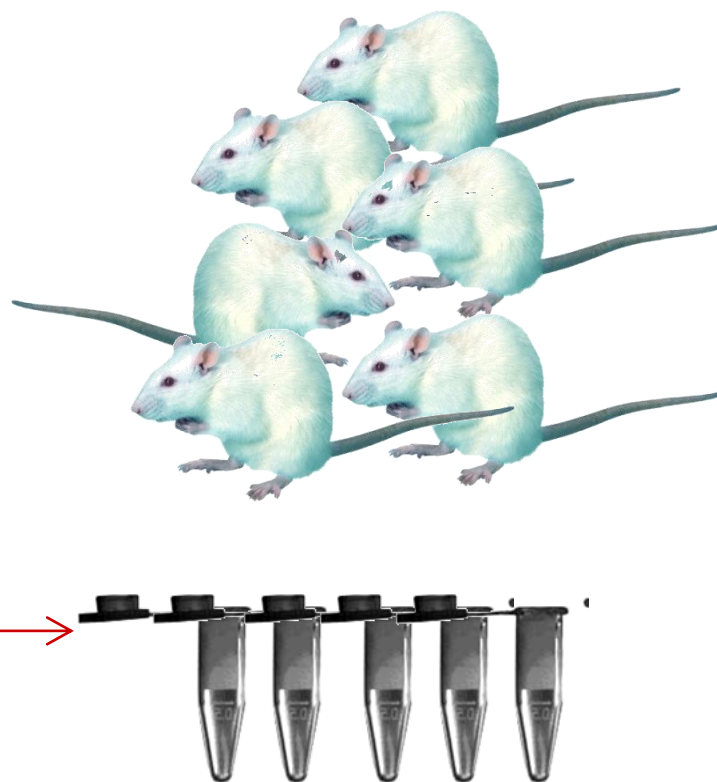
Nested ANOVA

Мы хотим сравнить содержание свинца в шерсти крыс из двух разных линий.

Крысы дороги, и у нас есть только по 6 крыс из линии. Зато мы взяли по 5 образцов шерсти с каждой крысы.



5 образцов
меха с каждого
зверька



(возможно и дальнейшее деление подгрупп на «под-подгруппы» и т.д., т.е., иерархическая классификация)

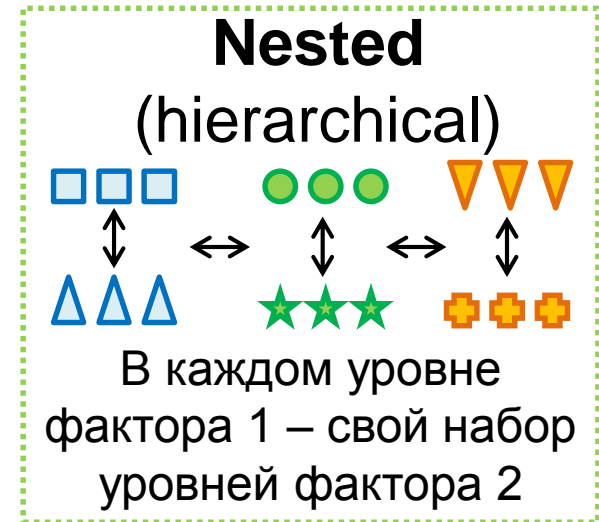
Nested ANOVA

В модели 2 фактора:

A - линия (fixed factor);

B – nested in A , личность крысы

(random factor). Каждая крыса принадлежит только к одной линии, так что это не factorial ANOVA.



Тестируются **нулевые гипотезы** – по числу уровней = факторов (взаимодействие факторов не проверяется):

$H_0(A) : \mu_1 = \mu_2$ Гипотеза о равенстве средних

$H_0(B(A)) : \sigma_{\beta}^2 = 0$ Межгрупповая дисперсия = 0

$$F = \frac{MS_{\text{between groups}}}{MS_{\text{subgroups within groups}}}$$

Проверка действия **основного фактора**
(если nested фактор - **random**)

$$F = \frac{MS_{\text{subgroups within groups}}}{MS_{\text{error within subgroups}}}$$

Проверка действия **nested фактора**

Так обозначают
nested фактор

Source	SS	df	MS
A	$nq \sum_{i=1}^p (\bar{y}_i - \bar{y})^2$	$p - 1$	$\frac{SS_A}{p - 1}$
B(A)	$n \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (\bar{y}_{j(i)} - \bar{y}_i)^2$	$p(q - 1)$	$\frac{SS_{B(A)}}{p(q - 1)}$
Residual	$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{j(i)})^2$	$pq(n - 1)$	$\frac{SS_{\text{Residual}}}{pq(n - 1)}$
Total	$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y})^2$	$pqn - 1$	

Nested ANOVA

Если различия между подгруппами (крысами) нас не очень интересует, и число измерений в подгруппах одинаково ("balanced" design), можно просто посчитать **средние** для подгрупп и провести однофакторную АНОВУ.



Но:

✓ мы перестаём учитывать изменчивость внутри подгрупп, **теряем много информации.**

✓ При различиях в размерах подгрупп, это не очень корректно.

Важно: если nested фактор (B) – random, для увеличения мощности анализа основного эффекта (A) надо увеличивать **число уровней фактора B** (это и есть «размер выборки»).

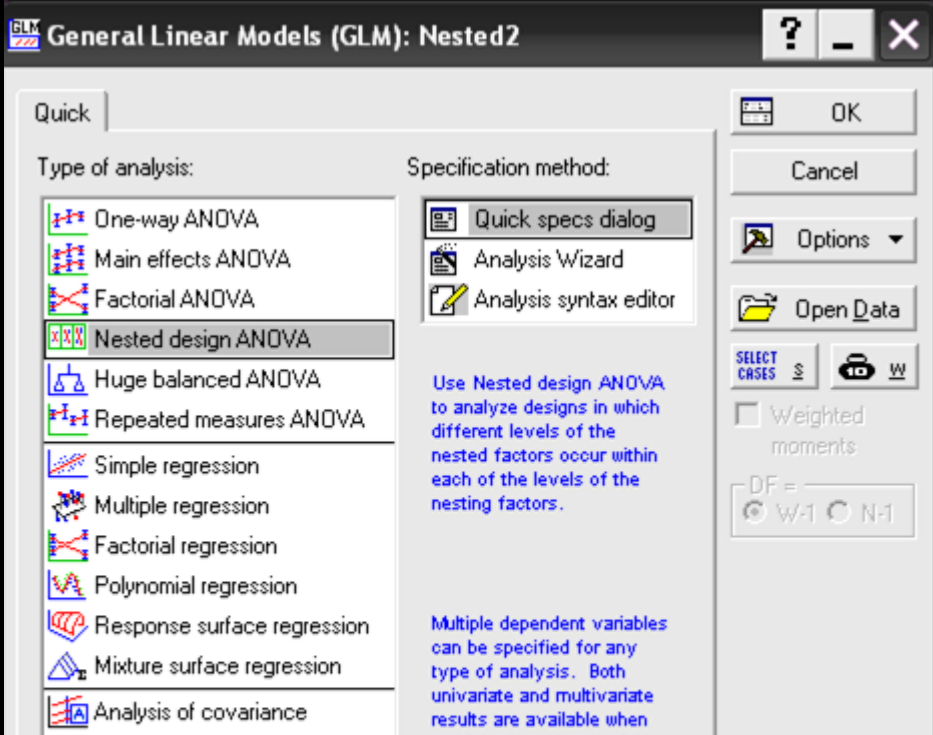
Пост-хок тесты – только для основного фактора (A).

Nested ANOVA

Assumptions

1. Нормальное распределение в ячейках: для анализа основного фактора (A) - нормальное распределение средних значений для nested фактора (B) (к счастью для нас, на свете существует Центральная предельная теорема);
2. Гомогенность дисперсий в ячейках
3. Чем меньше разница в N между ячейками, тем лучше (balanced design)



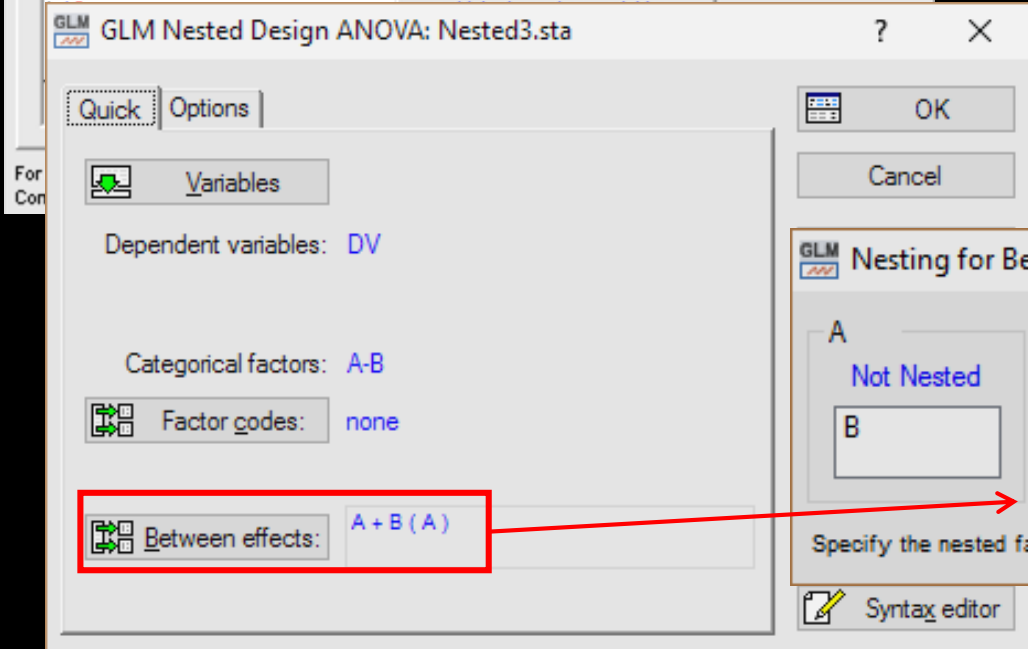


Nested ANOVA

Фактор А – основной, фактор В – nested, случайный

data: Nested3.sta (3v by 18c)

A simple nested design: Se			
	1 A	2 B	3 DV
1	A1	B1	20
2	A1	B1	18
3	A1	B1	14
4	A1	B2	19
5	A1	B2	20
6	A1	B2	20
7	A2	B3	14
8	A2	B3	18
9	A2	B3	14
10	A2	B4	12
11	A2	B4	12
	A2	B4	9
	A3	B5	13
	A3	B5	16
	A3	B5	13
	A3	B6	9
	A3	B6	4
	A3	B6	4



GLM Nested Design ANOVA: Nested3.sta

?

×

Quick

Options

Random factors: B

Sweep delta: 1.E- 7

Inverse delta: 1.E- 12

Parameterization

Sigma-restricted

No intercept

Lack of fit

Cross-validation: off

Sums of squares

Type I (sequential)

Type II (partial)

Type III (orthogonal)

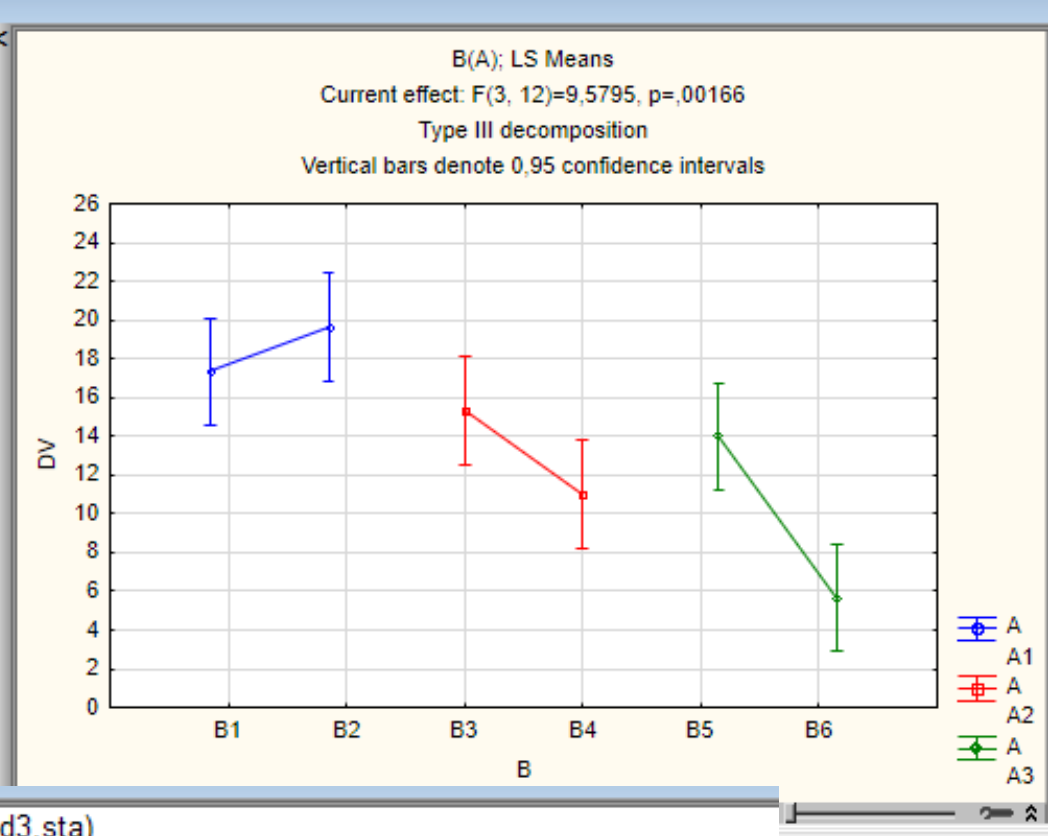
Type IV (estimable)

Type V (full-rank)

Type VI (unique)

OK

Cancel



Univariate Tests of Significance for DV (Nested3.sta)

Over-parameterized model

Type III decomposition; Std. Error of Estimate: 2,211083

Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	3444,500	1	3444,500	3	46,83333	73,54804	0,003332
A	Fixed	229,333	2	114,667	3	46,83333	2,44840	0,234156
B(A)	Random	140,500	3	46,833	12	4,88889	9,57955	0,001656
Error		58,667	12	4,889				



В методах: указать, что влияние Факторов 1, 2... на переменную 1 были проанализированы иерархическим дисперсионным анализом (nested ANOVA). Указать, какие факторы куда встроены.

В результатах указывают:

Достоверные результаты ANOVA, т.е., F , df , p для каждого фактора (в тесте, подписи к рисунку или в таблице АНОВы);

Для теста Тьюки – p значение.

Обычно указывают линейные коэффициенты модели (estimates) и их ошибки (SE), соответствующие t и p для их сравнения с нулём.

«...Juvenile identity and the litter identity were fitted in the models as a random factors. Post-hoc comparisons were performed with Tukey HSD test».

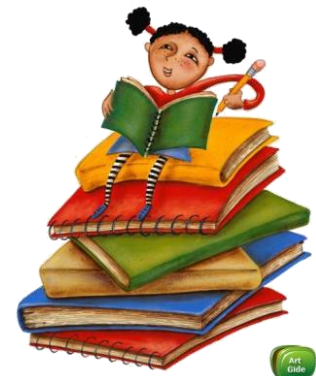
Repeated measures ANOVA

Сравнение связанных групп

Преподаватель решил узнать, как у его студентов продолжительность занятий зависит от дня недели (он поделил время на 15-минутные интервалы).

<i>Time blocks (15-minute periods) spent studying</i>					
<i>Person</i>	<i>Monday</i>	<i>Tuesday</i>	<i>Wednesday</i>	<i>Thursday</i>	<i>Person mean</i>
Pat	15	10	8	7	10
Bobby	10	11	4	7	8
Riki	4	9	7	0	5
Jean	10	10	7	1	7
Lynn	4	2	4	2	3
Jo	12	17	9	14	13
Means	9.167	9.833	6.500	5.167	

В столбцах – одинаковое число наблюдений, по числу студентов



Repeated measures ANOVA

Попробуем сравнить эти группы с помощью one-way ANOVA. Различия между ними недостоверны из-за большой внутригрупповой изменчивости:

студенты по усердию **сильно различаются между собой!**



Как элиминировать межиндивидуальные различия (between-subjects effect)?

Repeated measures ANOVA

Надо бы как-то разделить изменчивость: сделать так, чтобы исходные различия особей не сказывались на оценке различий между измерениями.

<i>Person</i>	<i>Deviations from person's own mean</i>				<i>Mean</i>
	<i>Monday</i>	<i>Tuesday</i>	<i>Wednesday</i>	<i>Thursday</i>	
Pat	5	0	−2	−3	0
Bobby	2	3	−4	−1	0
Riki	−1	4	2	−5	0
Jean	3	3	0	−6	0
Lynn	1	−1	1	−1	0
Jo	−1	4	−4	1	0

Например, мы вычли из каждого измерения среднее значение для каждого студента. Измерения стали независимы от личности ученика («исправленные»), и дальше можно сравнить их ANOVA.

Repeated measures ANOVA

Итак, мы хотим сравнить между собой **связанные** выборки. Например,

1. Последовательные измерения **одних и тех же особей**, на которых последовательно воздействовал какой-то фактор:

- ✓ Измерили сахар в крови у 10 зверьков, ввели лекарство, измерили сахар у тех же зверьков, ввели другое лекарство, опять измерили;
- ✓ Померили гормоны у 20 самок до, во время, после беременности;
- ✓ ...

2. Исследование, где уровни фактора сознательно применялись к **связанным между собой объектам**:

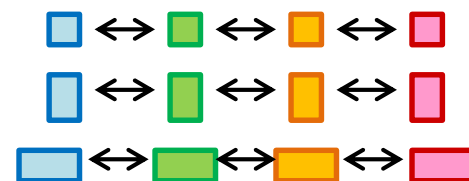
- ✓ На каждом из 10 деревьев на одну ветку брызгали Яд1, на другой – Яд2, на третью – Яд3, и т.д., и считали вредителей;
- ✓ На разные участки тела наносили 5 разных кремов от морщин;
- ✓ На каждой из 15 грядок по одной капусте поливали Удобрением1, 2, 3 и 4.



Repeated measures ANOVA

Каждый набор связанных измерений (особи, дерева, грядки) называется блок (**block**).

Repeated measures (randomized blocks)



Уровни **K** факторов – связанные выборки+1 response+interactions

В таком дизайне **3 источника изменчивости**:

1. Между измерениями - **уровнями фактора**;
2. Между особями или **блоками** (дисперсия **средних значений** блоков);
3. «ошибка» (внутри «исправленных» измерений) – error = residual – после исключения различий между блоками.

Таблица организована не так, как для сравнения независимых групп: столбцов столько, сколько уровней фактора = измерений; строк столько, сколько особей = блоков.

Repeated measures ANOVA

Специфические трудности Repeated measures ANOVA:

1. В экспериментальном исследовании при последовательном применении воздействий на особь **предыдущее воздействие** может **влиять на последующее** – важно убедиться, что особь полностью восстановилась;
2. **Порядок воздействий** может **определять их эффект**: независимо от самого вещества пятая инъекция может вызывать не такой эффект, как первая – важна рандомизация порядка воздействий.



Repeated measures ANOVA

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

H_1 : нулевая гипотеза не верна

Обычная ANOVA:

$$F = \frac{\text{оценка дисперсии **между** группами}}{\text{оценка дисперсии **внутри** групп}} \quad F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

Repeated measures ANOVA:

$$F = \frac{\text{оценка дисперсии **между измерениями**}}{\text{«**ошибка**» внутри **исправленных** измерений}} \quad F = \frac{MS_B}{MS_{err}}$$

Repeated measures ANOVA

$$SS_{\text{total}} = SS_{\text{between occasions}} + SS_{\text{between subjects}} + SS_{\text{residual}}$$

i Repeated-measures ANOVA computation summary

- $SS_{\text{between occasions}} = \sum (\bar{X}_j - \bar{X}_G)^2 \leftarrow = SS_{\text{between}}$
- $SS_{\text{between subjects}} = \sum (\bar{X}_i - \bar{X}_G)^2$
- $SS_{\text{residual}} = \sum (X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{X}_G)^2$
- $SS_{\text{total}} = \sum (X_{ij} - \bar{X}_G)^2$
- $df_{\text{between occasions}} = k - 1$
- $df_{\text{between subjects}} = n - 1$
- $df_{\text{residual}} = (k - 1)(n - 1)$
- $df_{\text{total}} = nk - 1$

$$F = \frac{MS_{\text{between occasions}}}{MS_{\text{residual}}}$$

Рассчитываем F, сравниваем с критическим уровнем.

Repeated measures ANOVA

Теперь H_0 будет отвергнута, т.е., преподаватель сможет утверждать, что усердие его учеников зависит от дня недели: к концу недели они начинают лениться.



Мощность дисперсионного анализа для повторных измерений **выше**, чем обыкновенного дисперсионного анализа (в случае связанных выборок).

Теперь можно провести **пост-хок тест** (тест Тьюки), и определить, между какими днями недели на самом деле есть различия.

На самом деле факторов внутри блоков может быть 2 и больше, и ещё могут быть факторы, разбивающие на группы целые блоки (в нашем примере – пол ученика) – partial nested = split-plot design.

Repeated measures ANOVA

Другой пример: к тиграм-самцам пришёл новый служитель, а потом – новая уборщица. Мы хотим узнать, не менялась ли их масса из-за этих изменений.

Мы анализируем влияние служителя на массу тигров-самцов.
Зависимая переменная – масса.

Для каждой особи по 3 измерения (3 столбика в таблице).



Каждый тигр **ТРИ** раза участвует в наблюдениях.

	ДО	СЛУЖ	УБОР
1 тигр	356	363	200
2 тигр	351	↔ 361	182
3 тигр	353	↔ 358	193
4 тигр	355	↔ 356	194
5 тигр	354	↔ 359	184
6 тигр	355	355	173

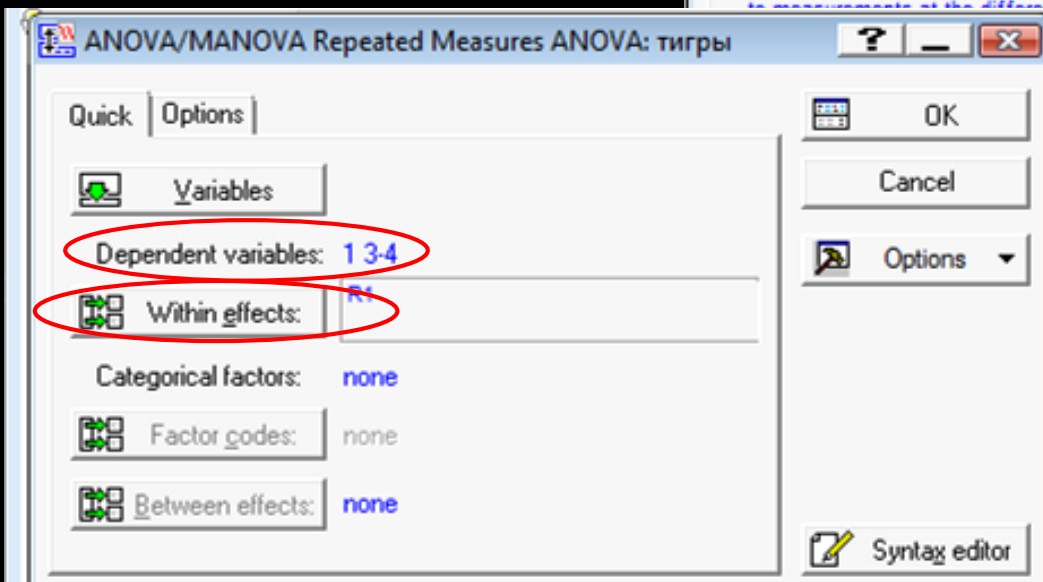
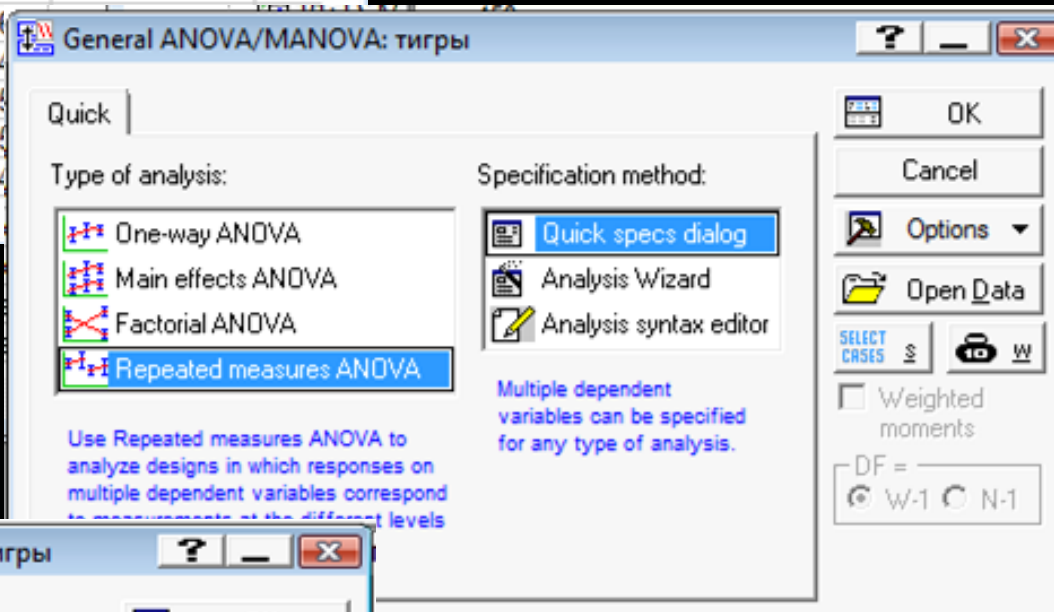


$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$F = \frac{\text{оценка дисперсии между измерениями}}{\text{residual}}$$

Data: тигры* (10v by 48c)

	1	2	3	4	5
	вес тигра, кг	пол тигра	ес (новый сотрудник)	вес уборщица	Вес
1	567	самец		589	345
2	653	самец			
3	465	самец			
4	547	самец			
5	564	самец			
6	457	самец			



В Statistica каждый столбик измерений называется dependent variable

На самом деле факторов может быть несколько (лекарство 1 до беременности, лекарство 2 до беременности, лекарство 1 и 2 во время беременности). Их надо обозначить в программе

GLM Repeated Measures ANOVA: тигры.sta

Quick Options

Variables

Dependent variables: 1 3-4 6

Within effects: R1 | R2

Categorical factors: none

Factor codes: none

Between effects: none

Specify within-subjects factors: тигры....

Total repeated measures and/or dependent variables selected: 4

No. of levels: Factor Name:

No. of levels:	Factor Name:
1: 2	R1
2: 2	R2
3:	
4:	
5:	
6:	

Specify each within-subjects (repeated measures) factor and the respective number of levels. The dependent variable list will be divided by the total number of within-subject factor levels.

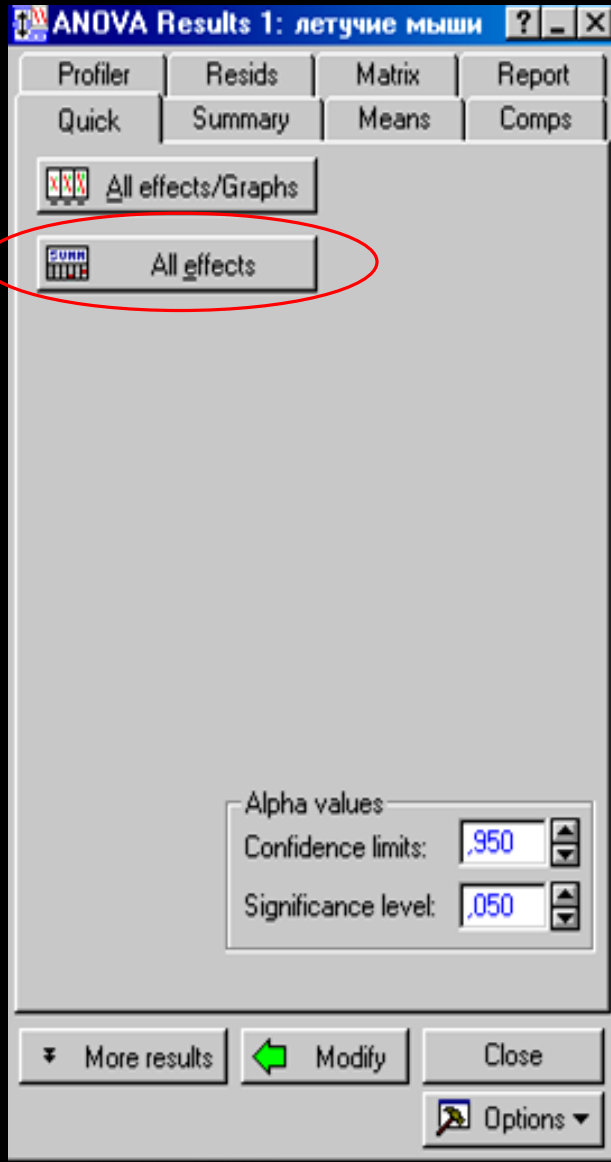
If the factors specified here do not account for all previously selected dependent or repeated variables, a MANOVA will be performed. Press F1 for more information.

Within-subjects factors consist of adjacent dependent variables from the order in which they were specified.

After specifying the within-subjects (repeated measures) factors, a custom within design other than the default full factorial design can be specified on the Custom Within Design dialog. Press F1 for more information.

Custom within design

изменчивость между особями



Repeated Measures Analysis of Variance (тигры)

Sigma-restricted parameterization
Effective hypothesis decomposition

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	8433647	1	8433647	84,37399	0,000000
Error	3098622	31	99956		

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
R1	352664	2	176332	87,51863	0,000000
Error	124917	62	2015		

между наблюдениями

«ошибка» - внутри «исправленных» наблюдений

Отвергаем H_0 :

Масса тигров в среднем достоверно изменялась после прихода нового служителя и новой уборщицы.

Repeated measures ANOVA

Assumptions

1. Нормальное распределение внутри измерений;
2. Гомогенность дисперсий между измерениями;
3. Выпадение одного измерения означает выпадение всего блока – missed cells. Это неудобно, есть способы как-то спасти остальные наблюдения в блоке, но они неубедительны и вызывают споры.
4. Сферичность sphericity – измерения в блоке не независимы, и вот эти связи должны удовлетворять условию сферичности, это проверяется программой.

В публикациях указываем все как обычно – F , df , p .



Альтернативные способы решения задач ANOVA

1. **General linear models (GLM)** – комбинированный способ проверки гипотез (+ поиск коэффициентов) через построение линейных моделей влияния predictors на response.
2. **Generalized linear models (GLZ)** – проверка гипотез и поиск коэффициентов через Maximum likelihood функции
3. **Информационные критерии и сравнение моделей** – выбор факторов, наилучшим образом объясняющих изменчивость response.
4. Методы **рандомизации**
5. **Непараметрические** аналоги ANOVA

1. крыс обучают ставить лесенку и доставать корм. В разных группах крыс используют разный корм: сыр, морковь и мясо. Затем часть крыс из каждой группы помещают в знакомую среду, а часть – в новые условия. Исследователь хочет узнать, как зависит время добычи корма в разных группах и условиях. H_0 ? Тип статистического анализа? Статистика критерия?
2. мы хотим изучить, как уровень глюкозы в крови у кошек зависит от времени суток. У нас есть 10 особей, мы взяли у каждой кровь утром, днём и вечером. H_0 ? Тип статистического анализа? Статистика критерия?
3. телефонная компания поставила новые телефоны в аэропорты и размышляет, стоит ли оборудовать места для разговоров креслом – не увеличит ли это продолжительность разговоров. В 15 местах она поставила кресла, в 15-и местах говорить можно только стоя. Как проверить влияет ли наличие кресла на длительность разговора? H_0 ? Тип статистического анализа? Статистика критерия?

4. Молочный завод подозревает, что какая-то из ферм, которая поставляет ему молоко, снимает с него сливки. Сотрудники взяли по 10 образцов молока с каждой из 4-х ферм, измерили жирность в молоке, и статистика F оказалась достоверна. Как узнать, какая из ферм жульничает?

5. Производитель кукурузных хлопьев хочет узнать, хорошо ли работает его новая машина для насыпания хлопьев в пачки (рассчитанные на 300 г хлопьев). Он выбрал случайным образом 25 пачек и взвесил их. H_0 ? Статистический критерий?

6. Тот же производитель решил сравнить две машины для насыпания хлопьев: старую и новую. Он выбрал случайным образом 25 пачек, насыпанных каждой из машин, и взвесил их. H_0 ? Статистический критерий?

К практической части

1. two-way ANOVA with post-hoc test – Rats.
Assumptions tab, Plot means vs. std. deviations
2. planned comp – rats
3. repeated measures – cat clinic, adstudy, Accuracy.sta
4. Nested ANOVA – файлы Nest и Nested3. Показать, как задавать какой фактор в какой Nested; как задать случайный фактор. Результаты: картинки; соотношения SS, MS если есть Сл фактор и если нет. Показать variance components.