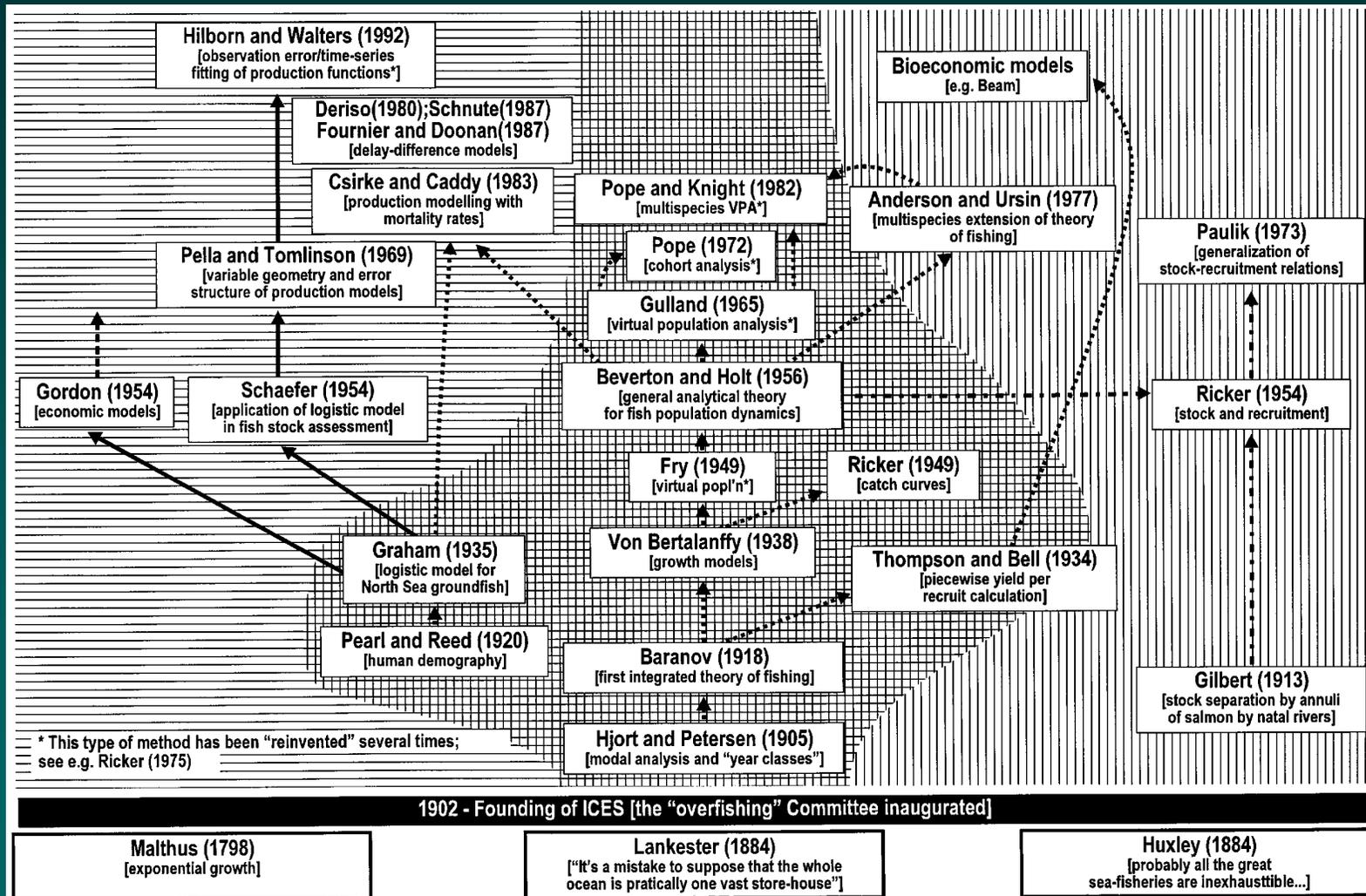


Основные модели и
уравнения теории динамики
популяций рыб

«Древо» теории динамики популяций рыб (по Caddy, 1999)



Продукционная функция запаса

b – рождаемость

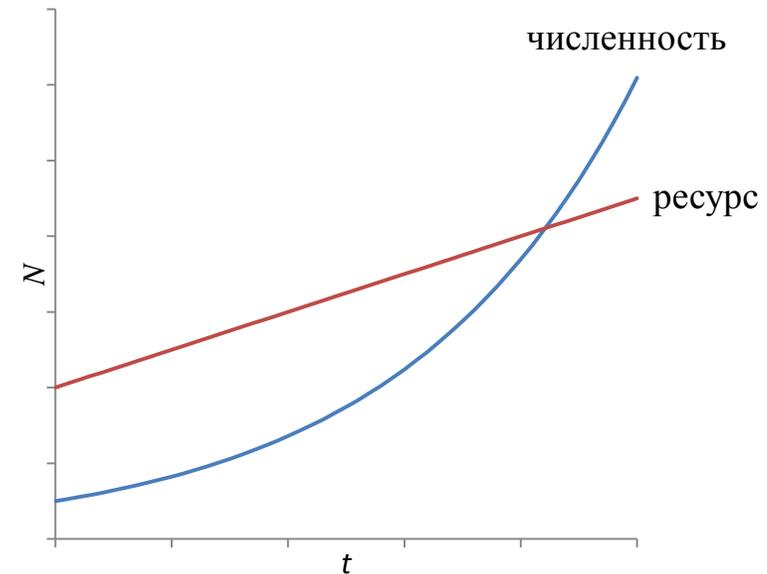
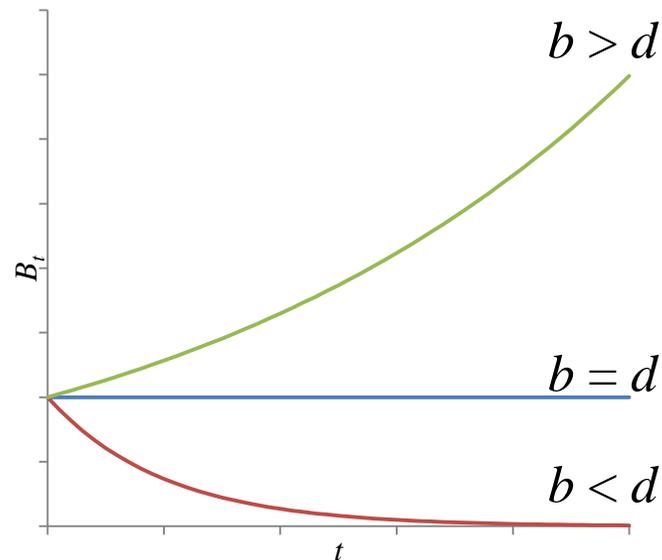
d – смертность

$$\frac{dB}{dt} = b \cdot B - d \cdot B = \underbrace{(b - d)}_r \cdot B = r \cdot B$$

$$\frac{dB}{dt} \cdot \frac{1}{B} = r$$

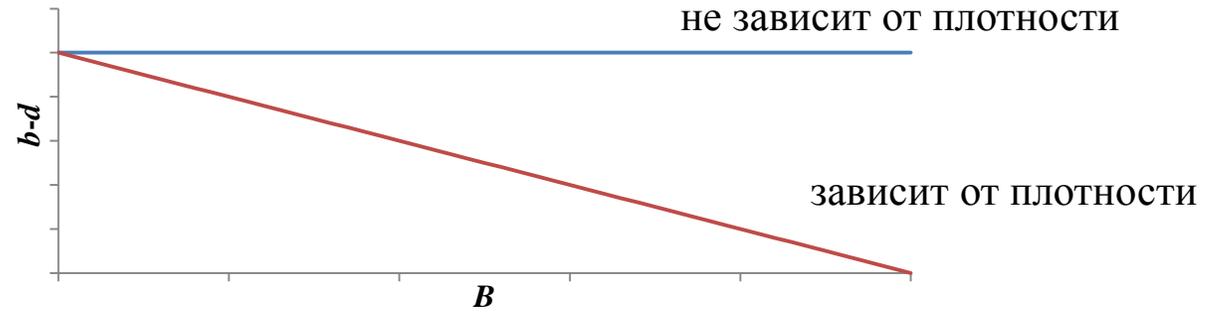
$$B_t = B_0 \cdot e^{rt}$$

Мальтус (1798)



$$b = b_0 - b_1 \cdot B$$

$$d = d_0 + d_1 \cdot B$$



$$\frac{dB}{dt} = (b - d) \cdot B = [(b_0 - b_1 \cdot B) - (d_0 + d_1 \cdot B)] \cdot B =$$

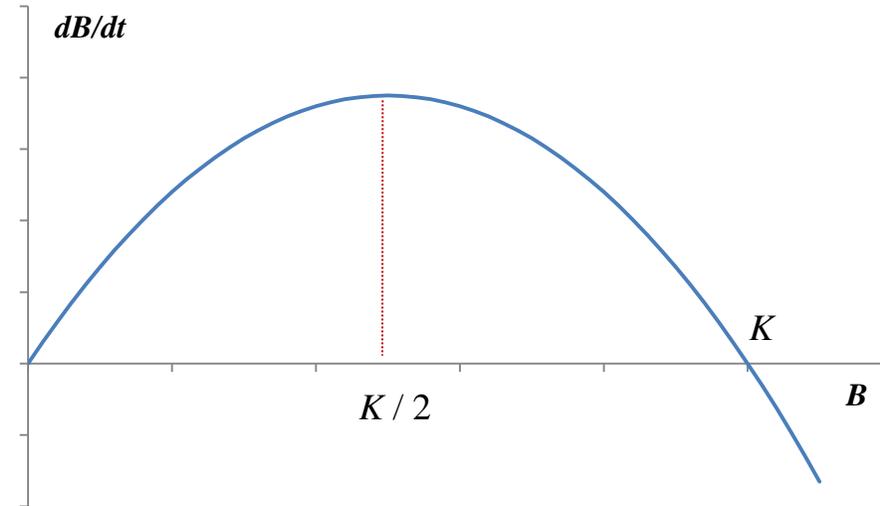
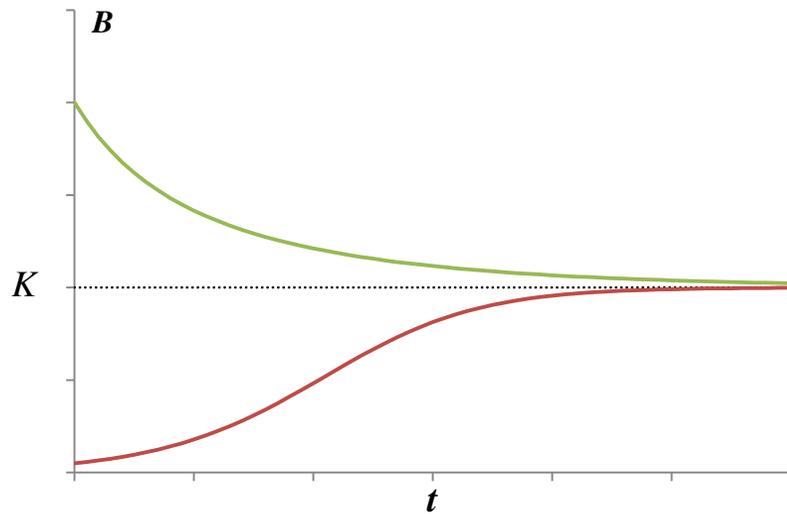
$$= [(b_0 - d_0) - (b_1 + d_1) \cdot B] \cdot B = \underbrace{(b_0 - d_0)}_r \cdot B - \underbrace{(b_1 + d_1)}_{\text{коэффициент внутривидовой конкуренции}} \cdot B^2$$

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B - (b_1 + d_1) \cdot B^2 = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{(b_1 + d_1) \cdot B}{r} \right) = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{K} \right)$$

= 1 / K

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{K}\right)$$

Логистическое уравнение роста



Verhulst (1838): модель роста народонаселения

Pearl (1930): дрозофила

Гаузе (1935): мучной хрущак

Graham (1939): рыбы Северного моря

Продукционная модель Шефера (Schaefer, 1954)

Основные допущения:

Естественный прирост запаса не зависит от его возрастной структуры, а определяется общей биомассой запаса

Запас находится в равновесных условиях; при изменении величины запаса последний мгновенно переходит в новое состояние равновесия

Улов на единицу усилия является индексом величины (плотности) запаса

Равномерное распределение плотности в пространстве

Отсутствие насыщения орудий лова

Отсутствие скученности судов

МОДЕЛЬ ПРОМЫСЛА

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{B_\infty}\right) - F \cdot B$$

$$F = q \cdot f$$

← промысловое усилие

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{B_\infty}\right) - q \cdot f \cdot B$$

← коэффициент улавливаемости

Состояние равновесия:

$$\frac{dB}{dt} = 0 \Rightarrow r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{B_\infty}\right) = q \cdot f \cdot B \Rightarrow r - \frac{r \cdot B}{B_\infty} = q \cdot f$$

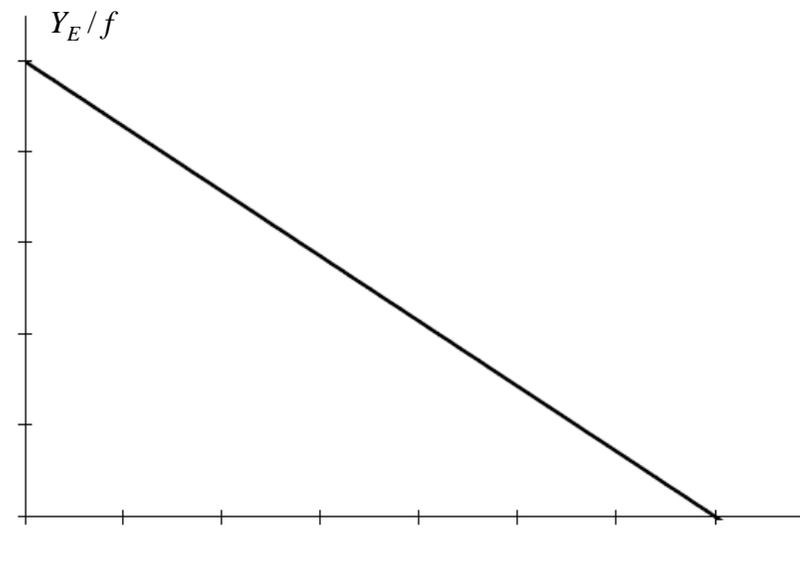
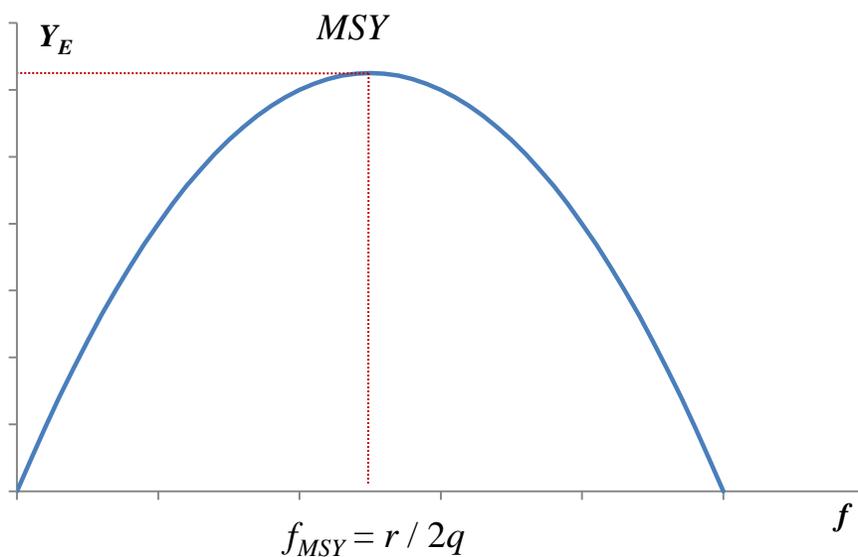
$$r \cdot B = r \cdot B_\infty - q \cdot f \cdot B_\infty \quad \text{Равновесная биомасса:} \quad B_E = B_\infty - \frac{q \cdot f \cdot B_\infty}{r}$$

$$B_E = B_\infty - \frac{q \cdot f \cdot B_\infty}{r}$$

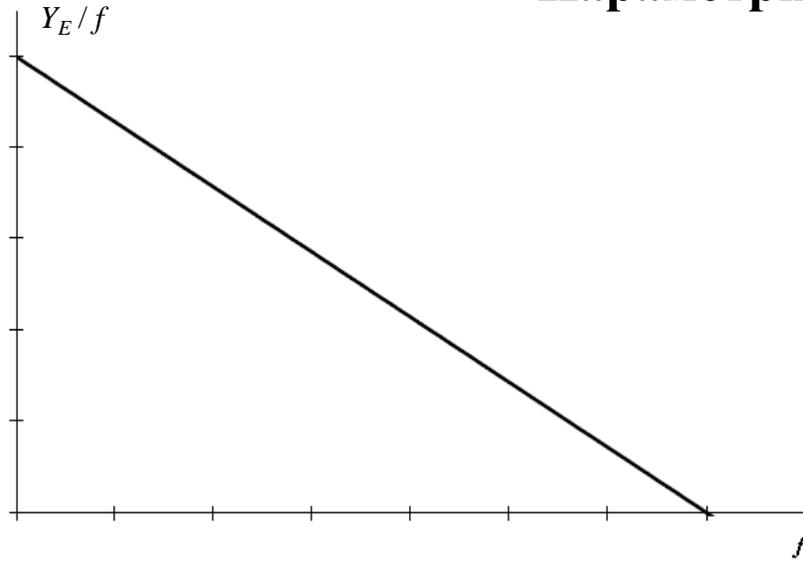
Равновесный вылов:

$$Y_E = f \cdot q \cdot B_E = f \cdot \underbrace{q \cdot B_\infty}_{= a} - \frac{f^2 \cdot \underbrace{q^2 \cdot B_\infty}_{= b}}{r} = a \cdot f - b \cdot f^2$$

$$Y_E / f = a - b \cdot f$$



Параметризация модели

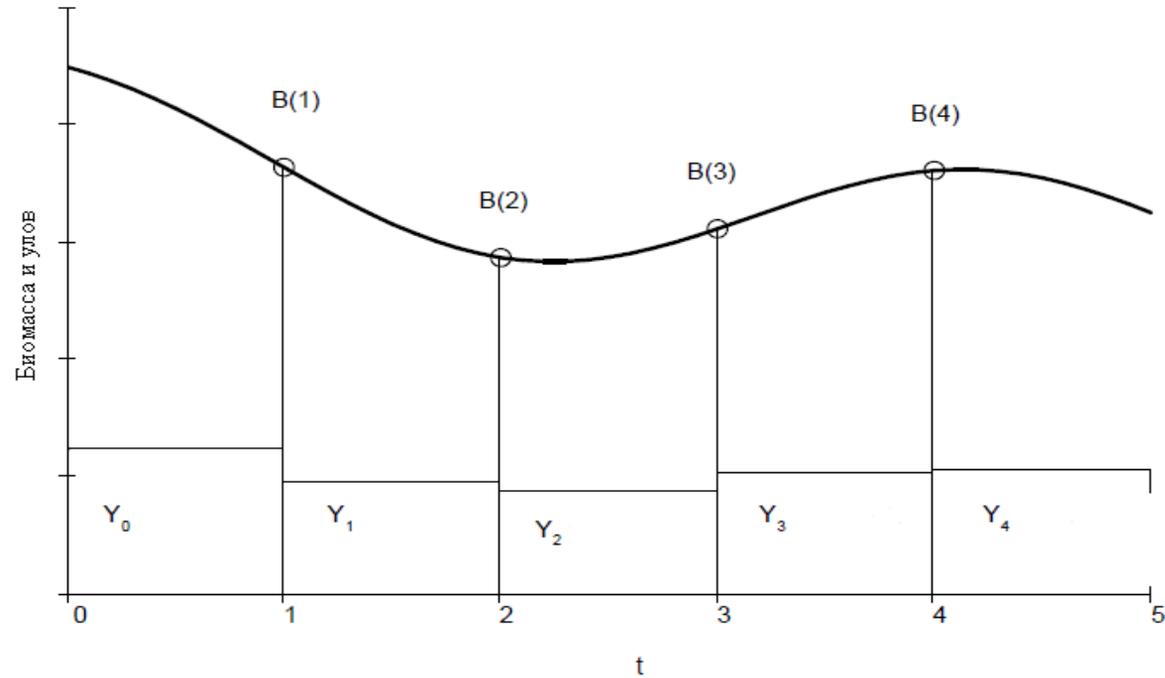


$$Y_t = A \cdot B_t \Rightarrow B_t = Y_t / A$$

$$A = 1 - e^{-F}$$

$$\Delta B_t = B_{t+1} - B_t$$

$$Y_E = Y_t \pm \Delta B_t$$

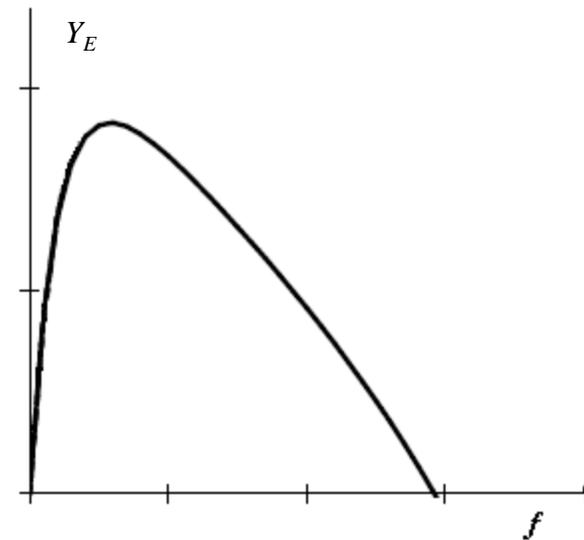
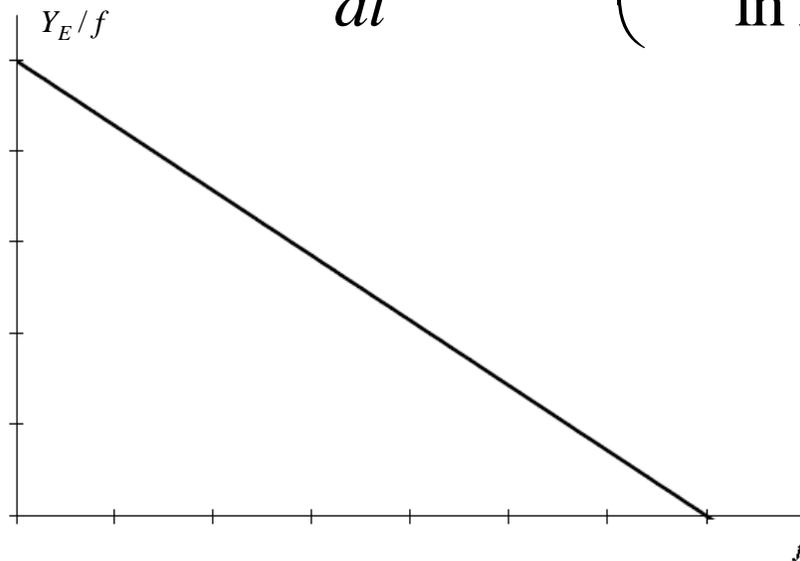


Развитие продукционных моделей

Gulland (1961): значение $(Y / f)_t$ следует соотносить не с фактическим значением усилия за тот же год f_t , а с некоторым усредненным за несколько лет усилием, для которого величина $(Y / f)_t$ с большим основанием может считаться уравновешенной:

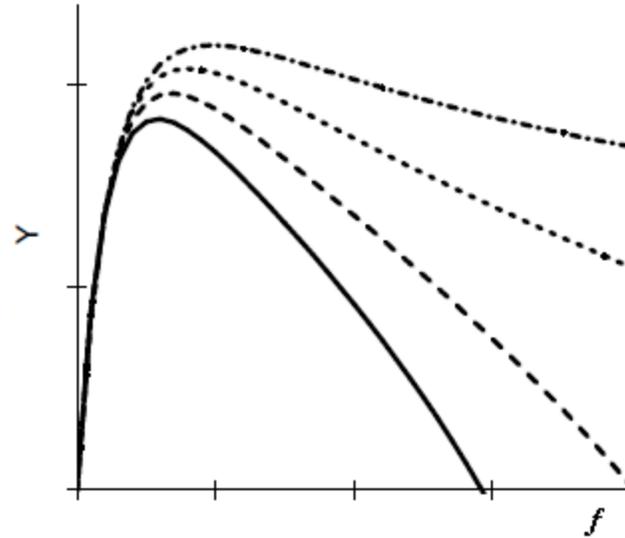
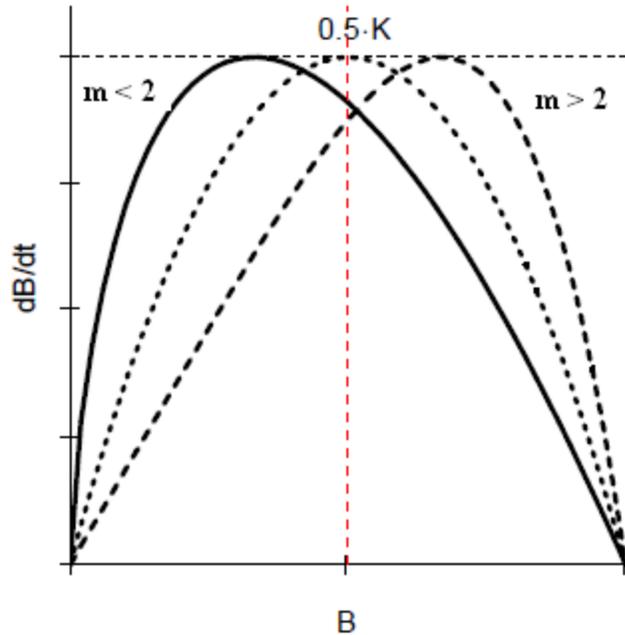
$$f_t = \frac{1}{T} \sum_{j=t-T+1}^t f_j$$

Fox (1970):
$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{\ln B}{\ln B_\infty} \right) - q \cdot f \cdot B$$



Pella & Tomlinson (1969):

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B^{m-1}}{B_\infty^{m-1}} \right) - q \cdot f \cdot B$$



Mohn (1980): модель с запаздыванием

$$\frac{dB}{dt} = r \cdot B \cdot \left(1 - \frac{B}{B_\infty} \right) - q \cdot f \cdot B$$

$$\frac{dB}{dt} \cdot \frac{1}{B} = r - \frac{r}{B_\infty} \cdot B - q \cdot f$$

$$\frac{dB(t)}{dt} \cdot \frac{1}{B(t)} = r - \frac{r}{B_\infty} \cdot B(t - \omega) - q \cdot f(t)$$

Многовидовые продукционные модели

$$\begin{cases} \frac{dB_1}{dt} = r_1 \cdot B_1 \cdot \left(1 - \frac{B_1 + B_2}{B_\infty} \right) \\ \frac{dB_2}{dt} = r_2 \cdot B_2 \cdot \left(1 - \frac{B_1 + B_2}{B_\infty} \right) \end{cases}$$

Теория динамического запаса



Федор Ильич Баранов
1886-1965



Рэй Бивертон и Сидни Холт

Динамика вылова в модели динамического запаса

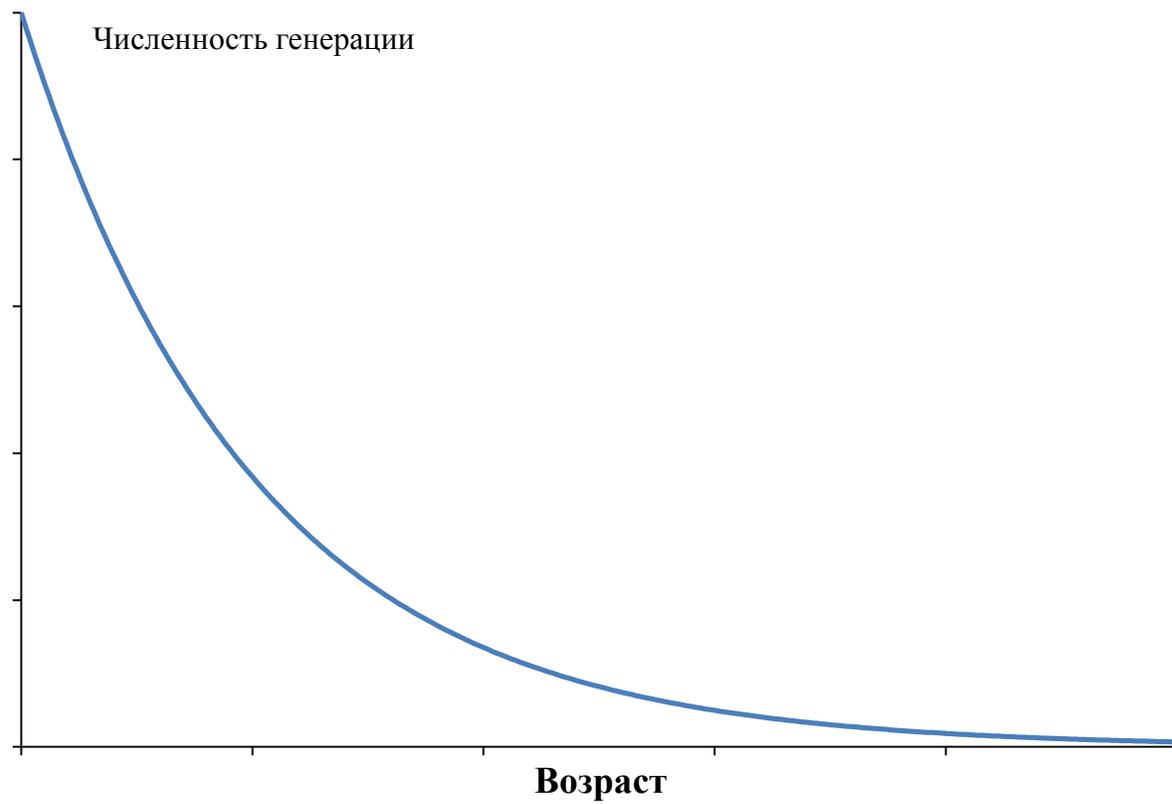
$N(t)$ - функция возрастных изменений численности генерации

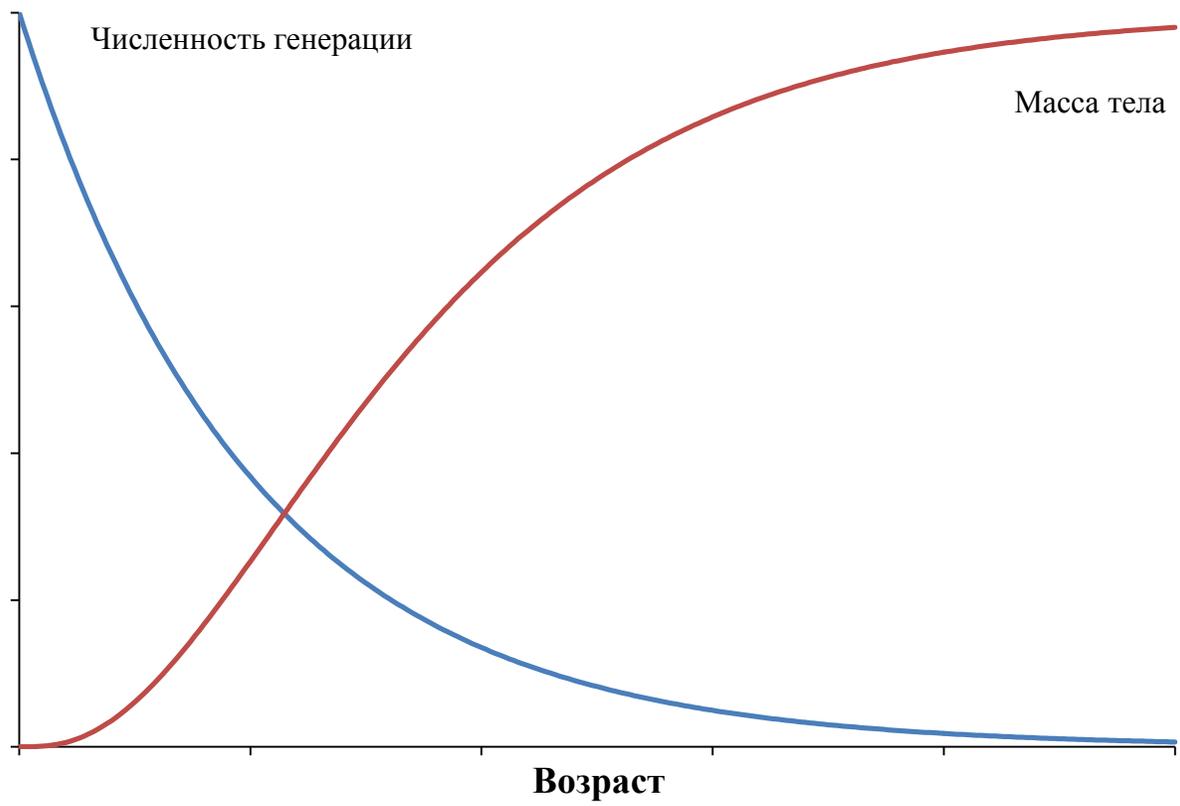
$W(t)$ - функция возрастных изменений среднего веса рыб

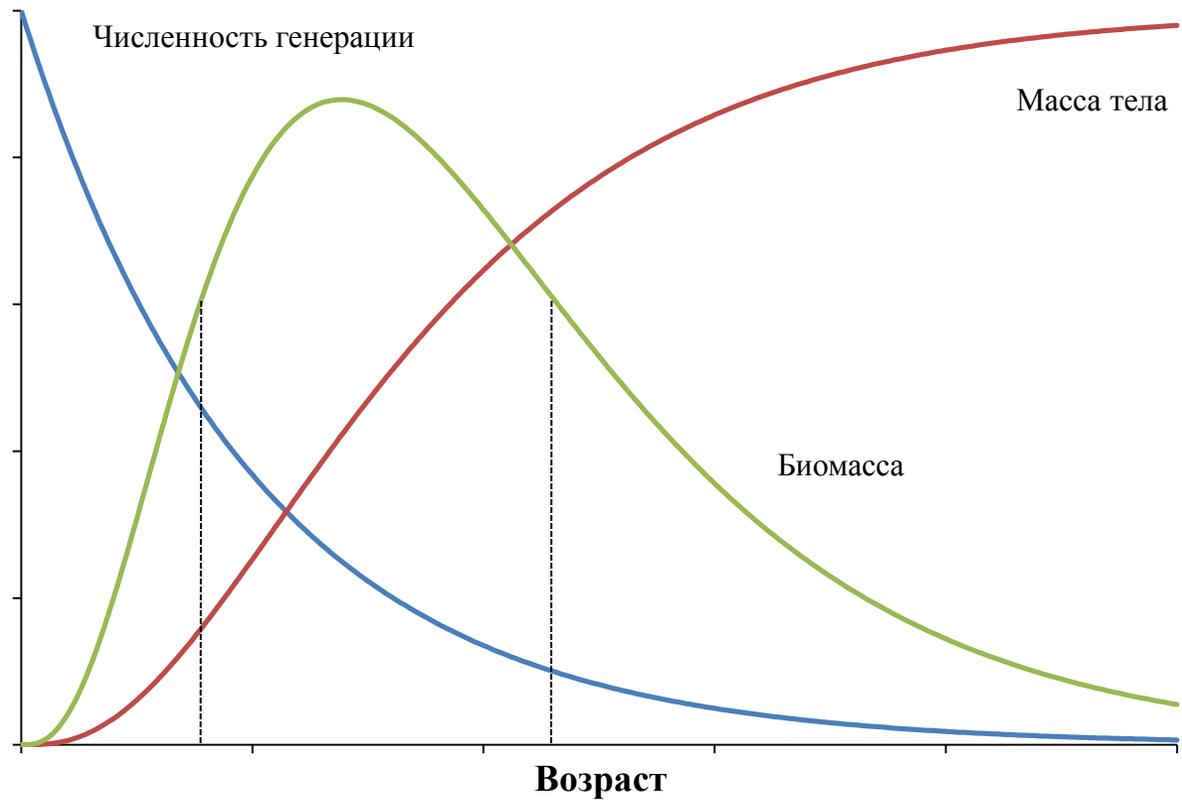
F – мгновенный коэффициент промысловой смертности

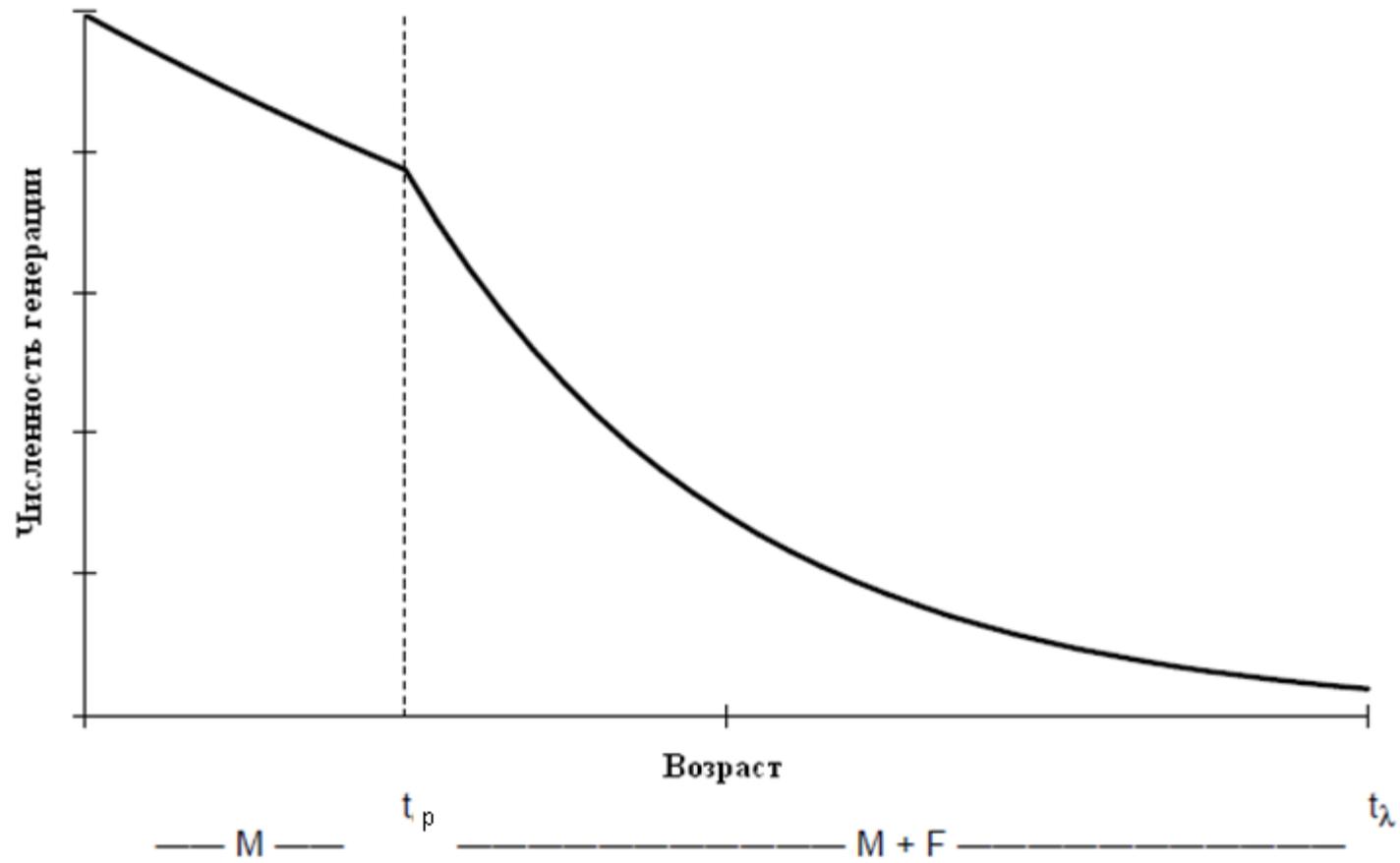
$$\frac{dY}{dt} = F \cdot N(t) \cdot W(t) - \text{изменение улова за } dt$$

$$Y = F \cdot \int_{t_p}^{t_\lambda} N(t) \cdot W(t) \cdot dt - \text{улов от генерации за время } (t_\lambda - t_p)$$









$$\frac{dY_N}{dt} = F \cdot N(t)$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-(F+M)t}$$

$$Y_N = \int_{t_p}^{t_\lambda} F \cdot N(t) dt$$

$$Y_N = \int_{t_p}^{t_\lambda} F \cdot N_0 \cdot e^{-(F+M)t} dt$$

Равновесное состояние: $F = \text{const}$, $N_0 = \text{const}$

$$Y_N = F \cdot N_0 \cdot \int_{t_p}^{t_\lambda} e^{-(F+M)t} dt$$

$$Y_N = N_0 \cdot \frac{F}{F+M} \cdot (1 - e^{-(F+M) \cdot (t_\lambda - t_p)})$$

Допромысловая фаза

Промысловая фаза



Ф. Баранов: $L(t) = a \cdot t$ $W(t) = a \cdot t^3$

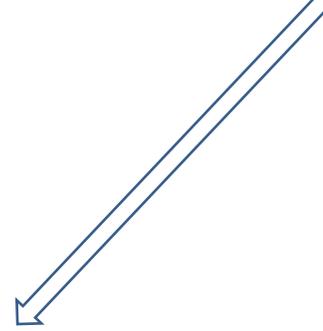
У. Рикер: $W(t) = a \cdot e^{b \cdot t}$

Р. Бивертон и С. Холт: $W(t) = W_{\infty} \cdot \left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right)^3$

$$\frac{dY_W}{dt} = F \cdot B(t) = F \cdot N(t) \cdot W(t)$$

$$W(t) = W_\infty \cdot \left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right)^3$$

$$Y_W = \int_{t_p}^{t_\lambda} F \cdot N(t) \cdot W(t) dt$$



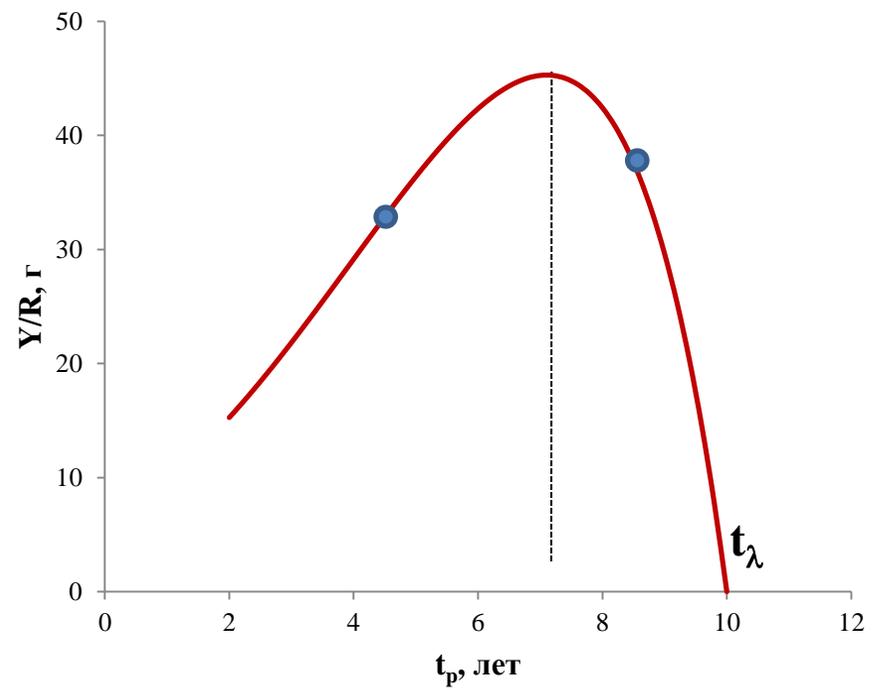
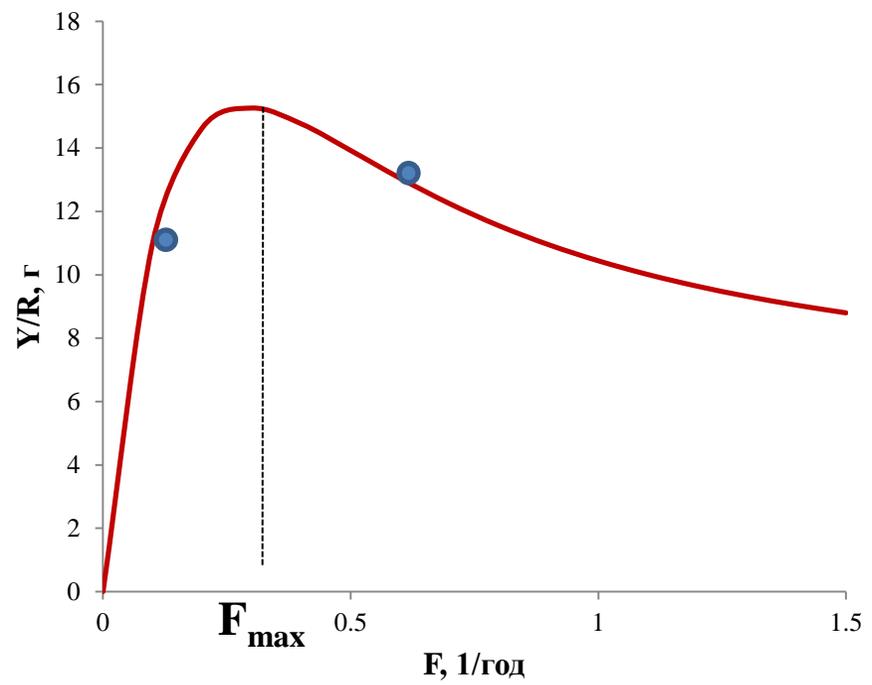
$$Y_W = \int_{t_p}^{t_\lambda} F \cdot R \cdot e^{-(F+M)t} \cdot W_\infty \cdot \left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right)^3 dt \quad N_0 \equiv R$$

$$Y_W = R \cdot F \cdot W_\infty \sum_{n=0}^{n=3} \Omega_n \cdot \frac{e^{-nk(t_p-t_0)}}{M + F + nk} \cdot \left(1 - e^{-(M+F+nk)(t_\lambda-t_p)}\right) \quad \Omega_0 = +1$$

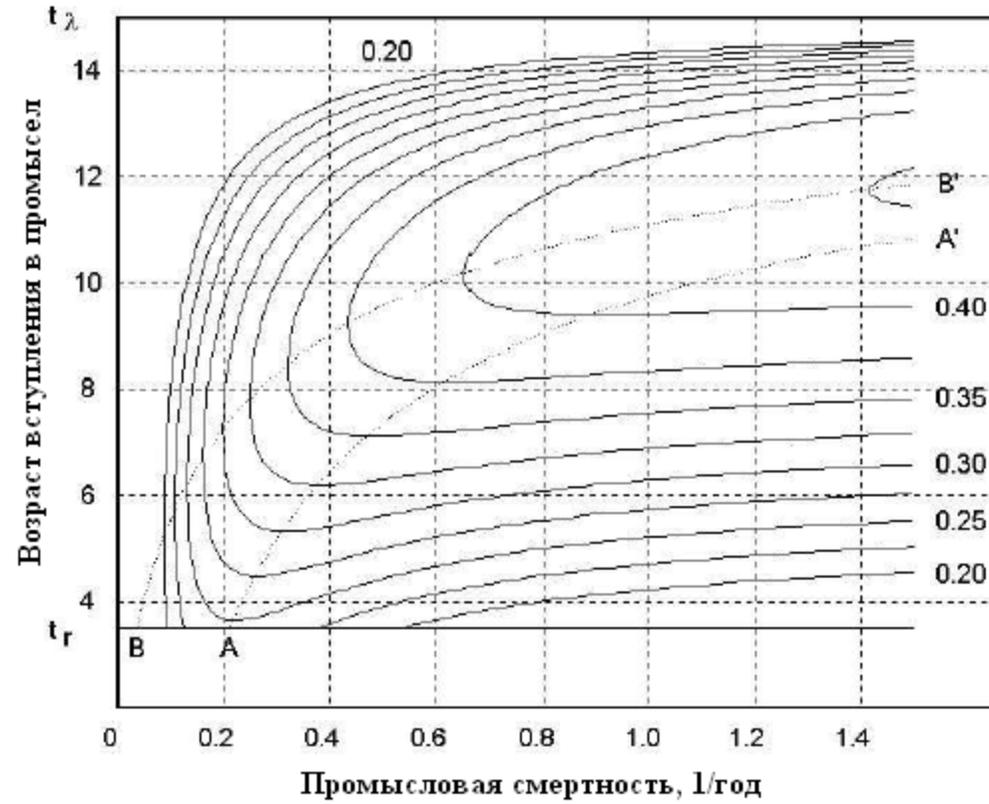
$$\Omega_1 = -3$$

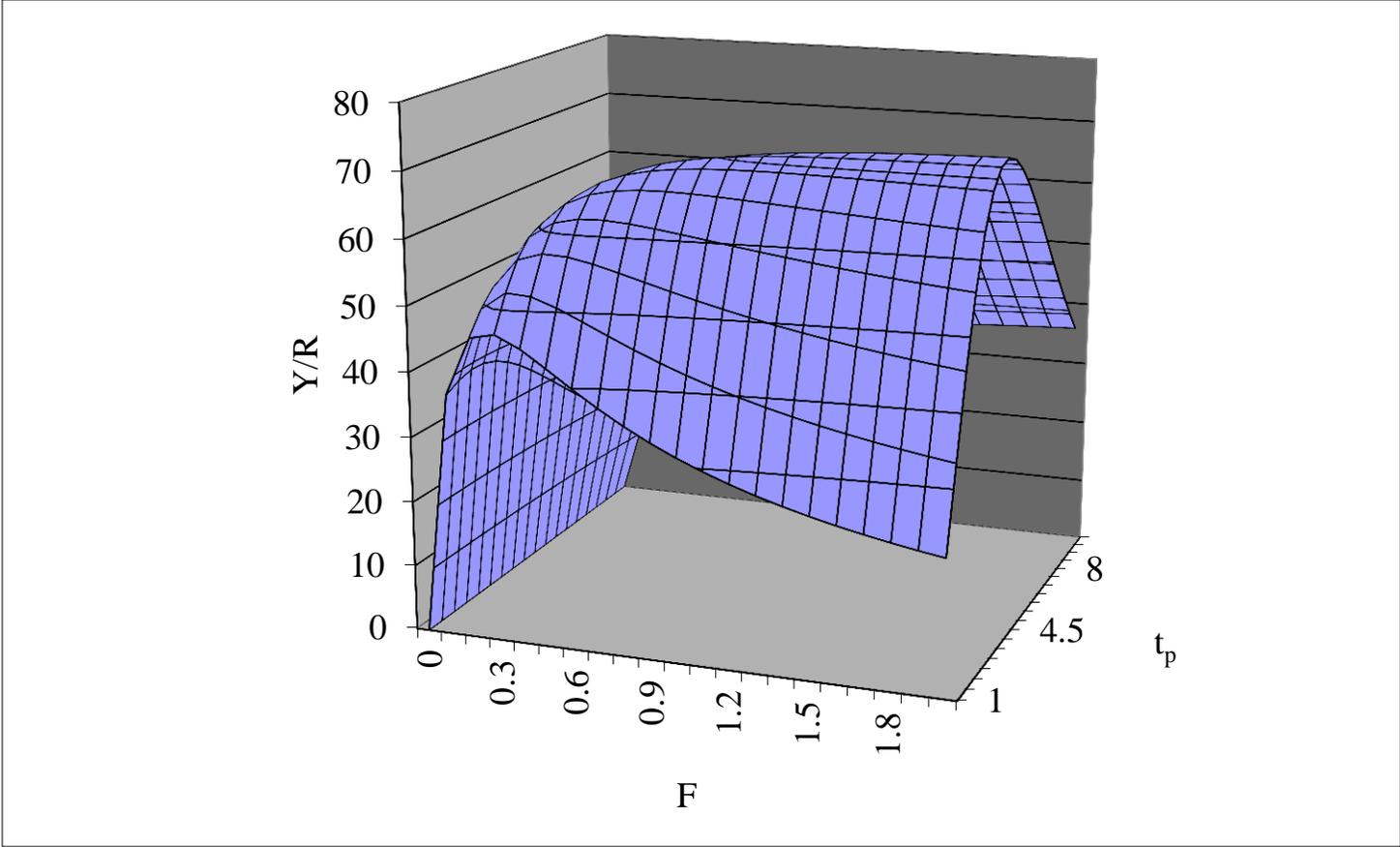
$$\Omega_2 = +3$$

$$Y_W / R = F \cdot W_\infty \sum_{n=0}^{n=3} \Omega_n \cdot \frac{e^{-nk(t_p-t_0)}}{M + F + nk} \cdot \left(1 - e^{-(M+F+nk)(t_\lambda-t_p)}\right) \quad \Omega_3 = -1$$

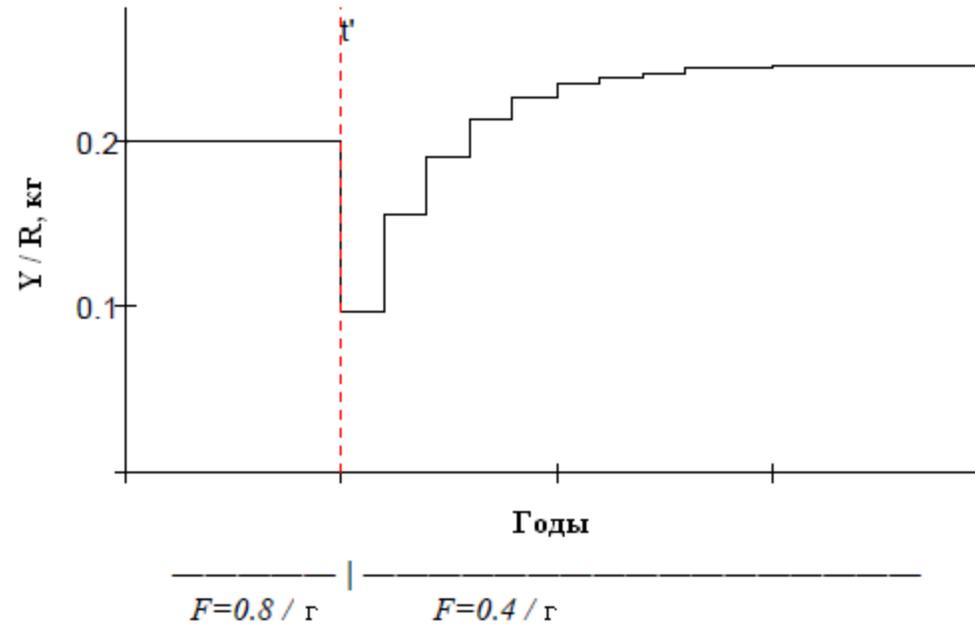


Изоплетная диаграмма уловов

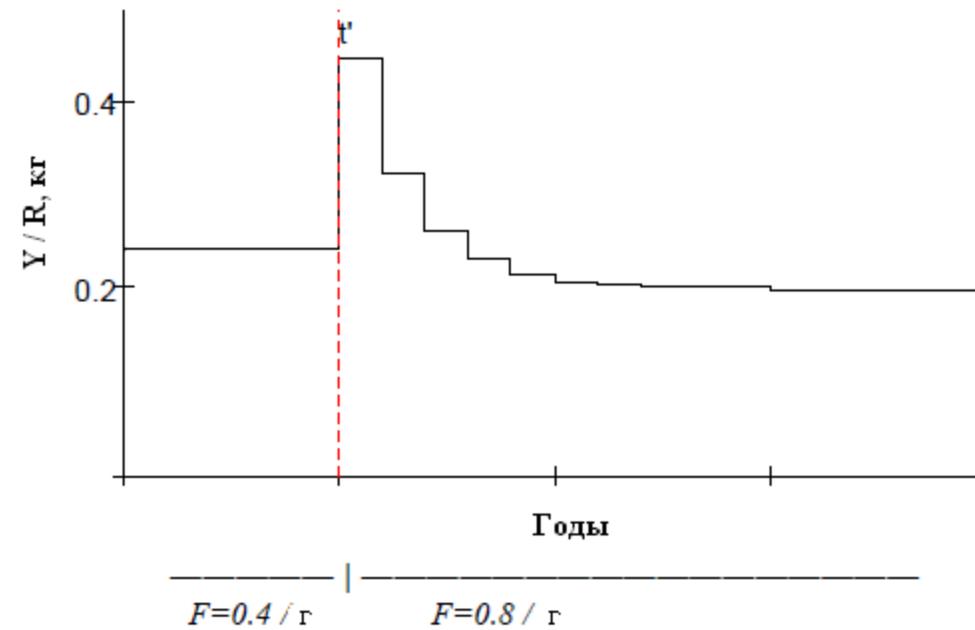




Сокращение
промысловой
смертности



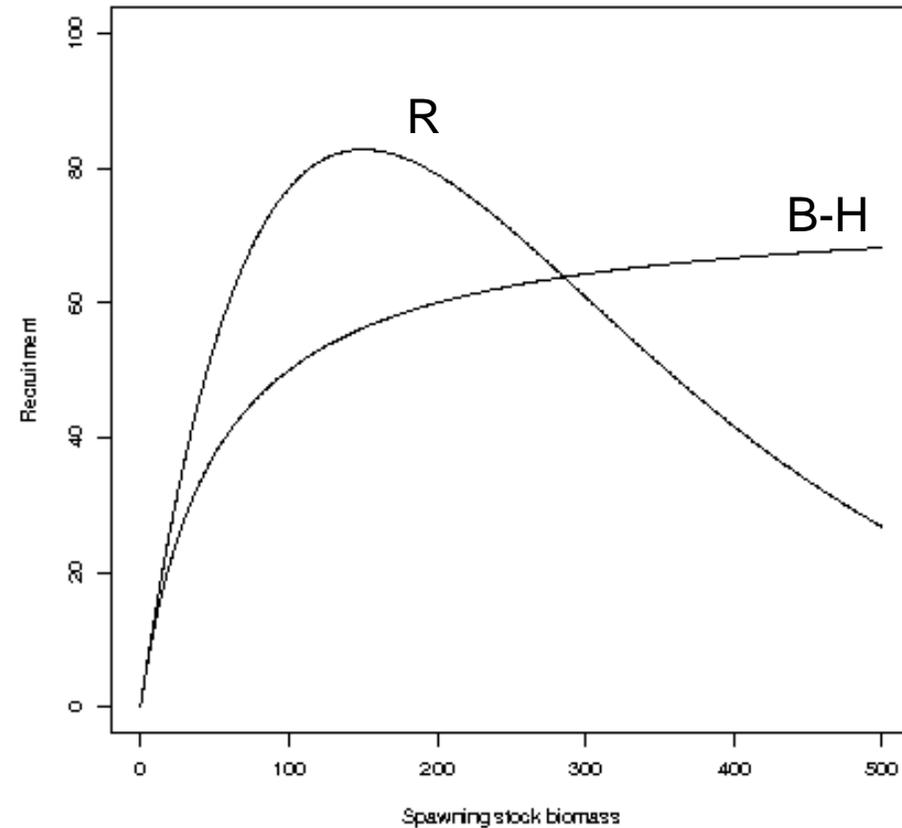
Увеличение
промысловой
смертности

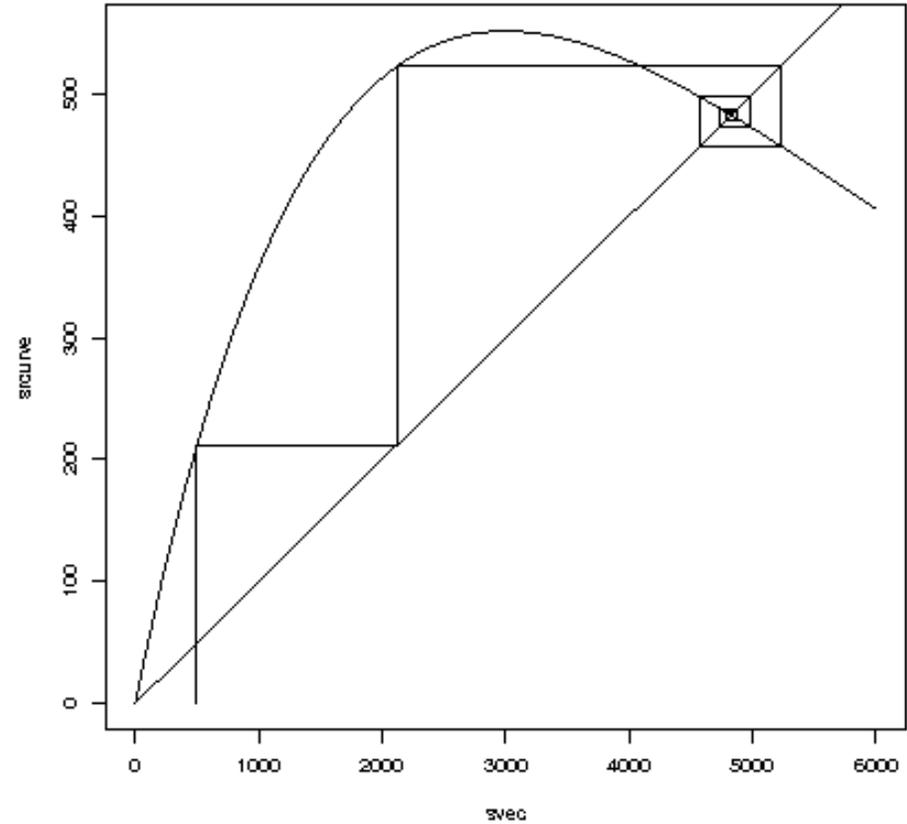
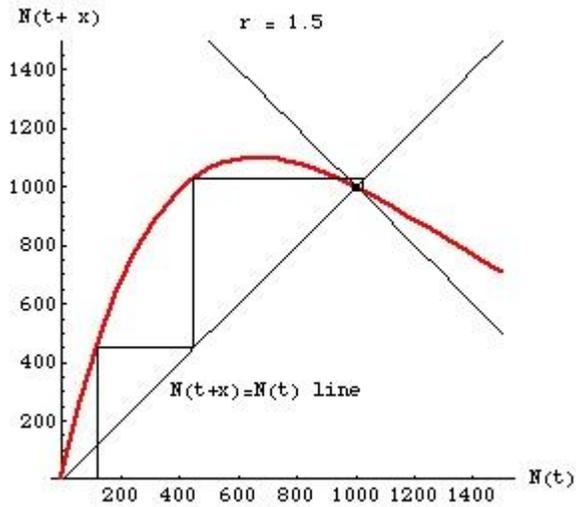


Теория пополнения

Beverton-Holt $R = \frac{\alpha S}{1 + S/K}$

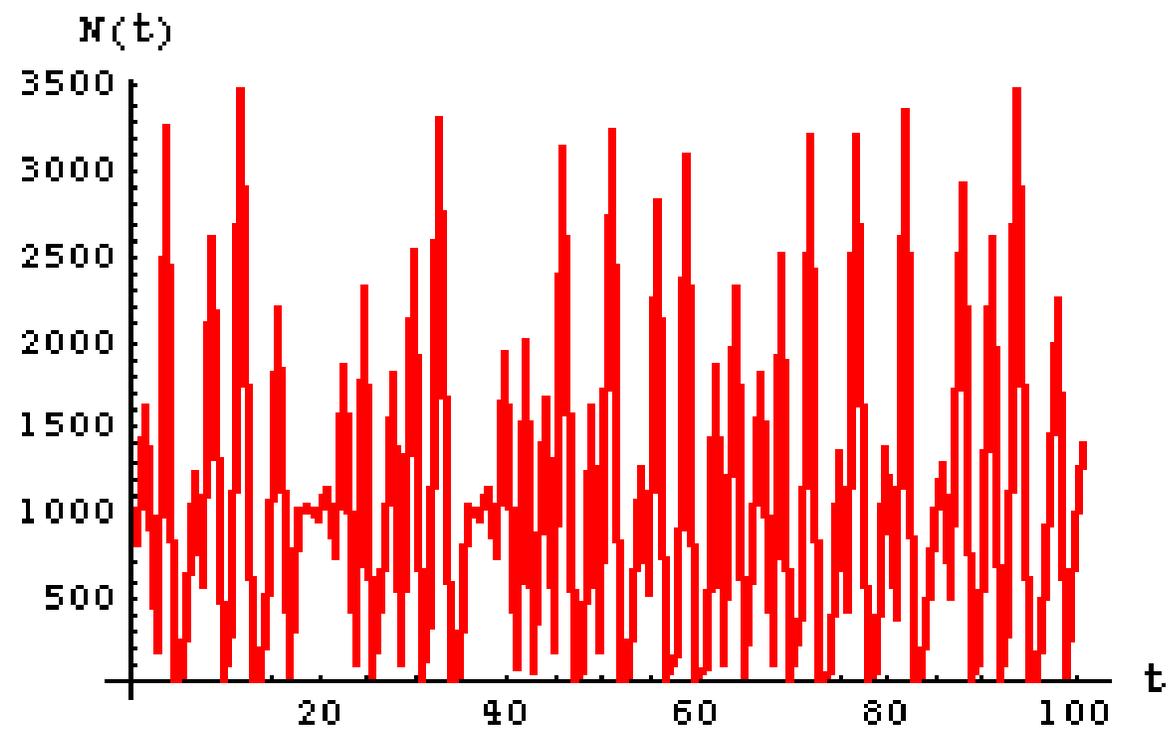
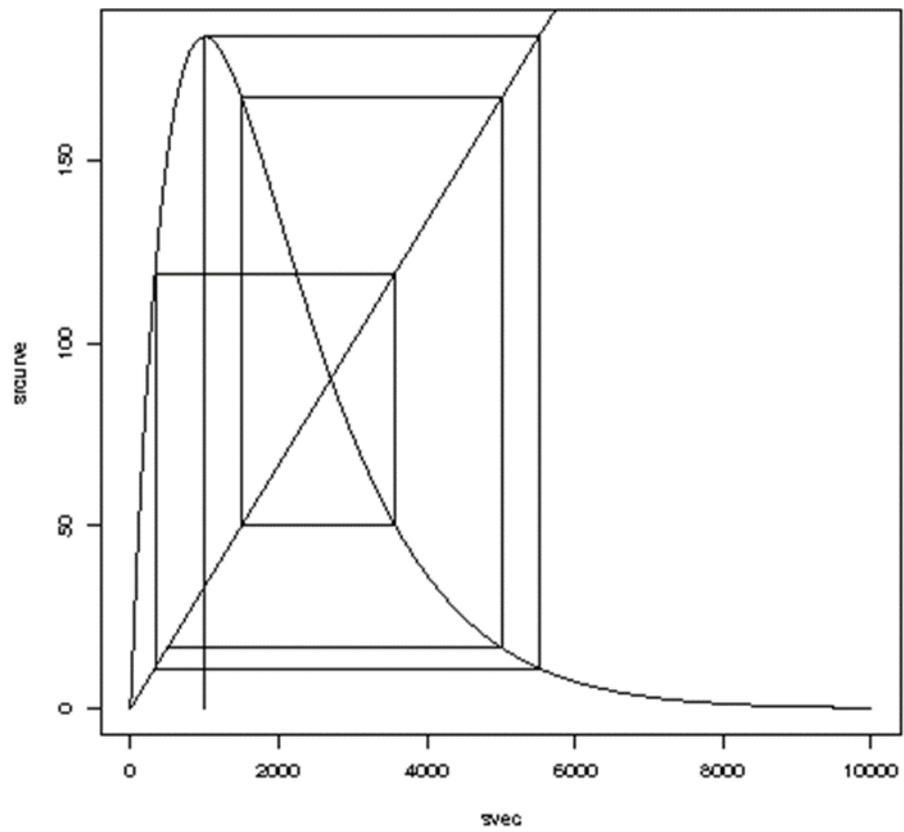
Ricker $R = \alpha S e^{-S/K}$

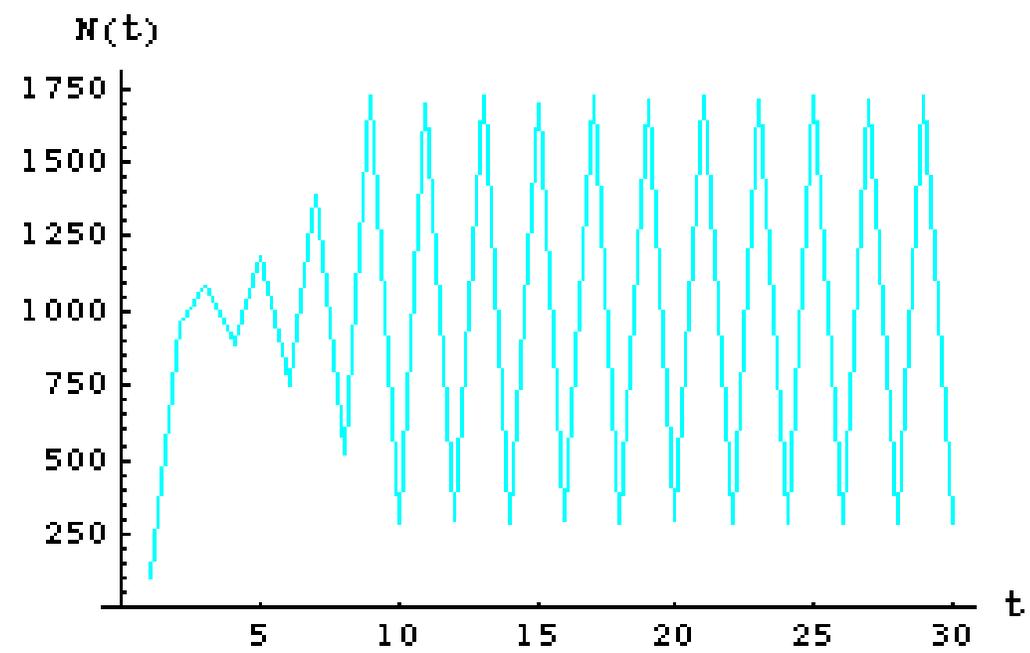
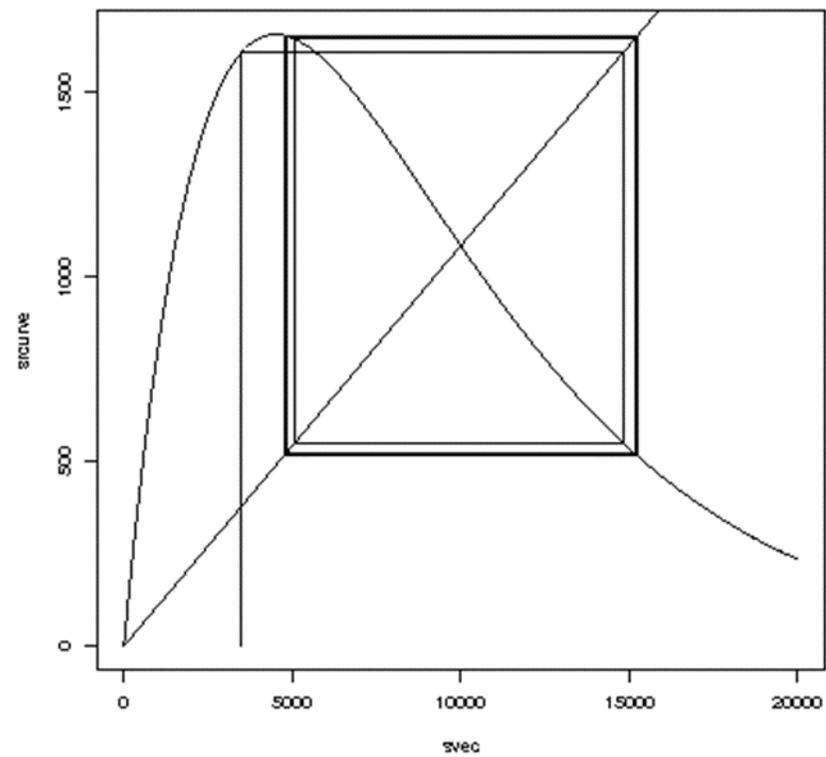




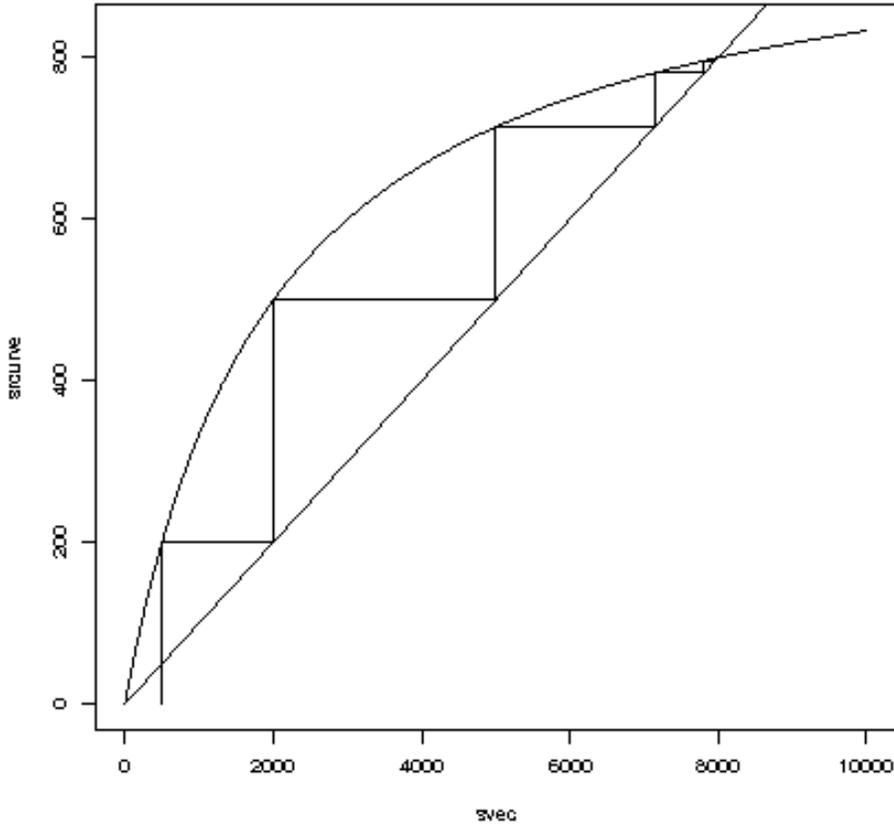
In specific cases the stock can simply oscillate around a equilibrium point.

When a Ricker curve has a slight neg. slope and F is low, the stock converges to an equilibrium through damped oscillations





In the case of the B-H stock-recruitment curve and low fishing mortality, the stock will converge to an equilibrium



Современная система управления водными биоресурсами



Using ecosystem modeling for fisheries management: Where are we?

Villy Christensen¹ & Carl J. Walters

University of British Columbia, Fisheries Centre, 2202 Main Mall, Vancouver BC, Canada V6T 1Z4.

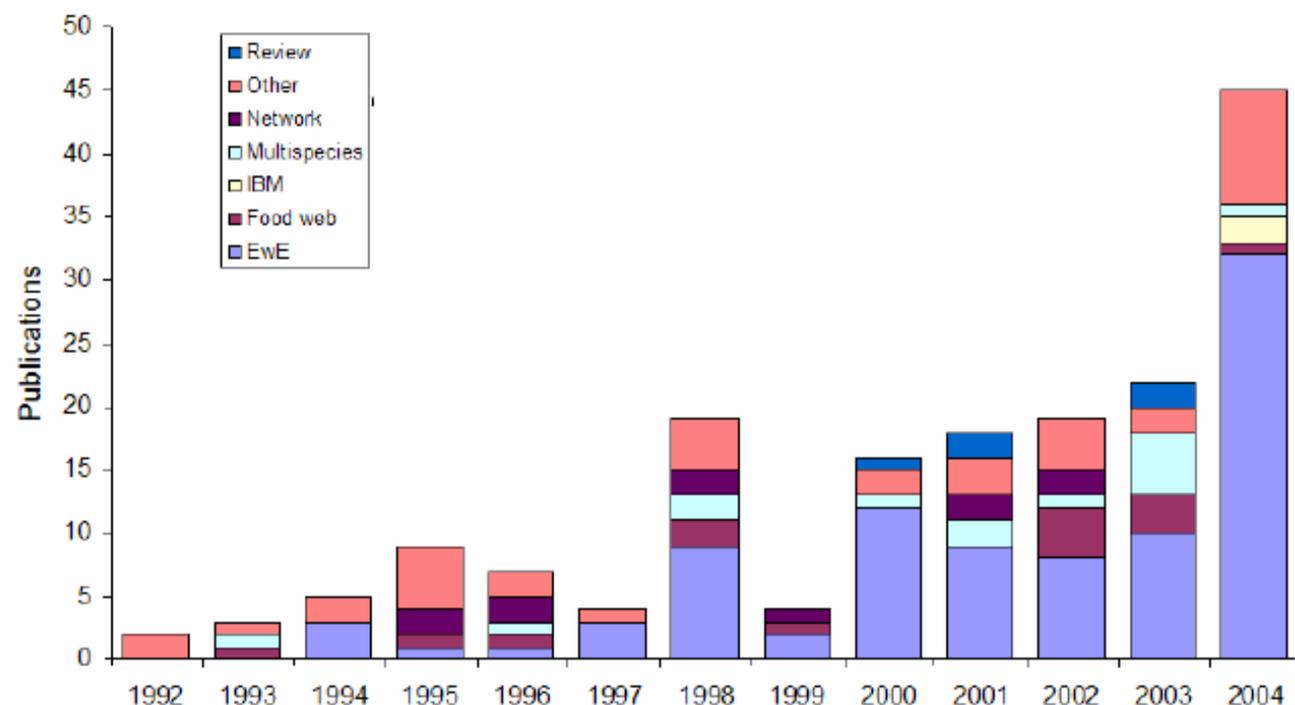


Figure 1. Trend in number of publications developing or applying ecosystem modeling related to fisheries research. Results or obtained from a Web of Science search for (Ecosystem* + model* + fish*) or (multispecies + fish*).

Балансовая модель ЕСОРАТН

(Christensen *et al.*, 2000)

Баланс вещества между любыми группами организмов, связанных трофическими взаимоотношениями типа «потребитель-ресурс», отображается уравнением:

$$B_i \cdot (P/B_i) \cdot EE_i - EX_i = \sum [B_j \cdot (Q/B_j) \cdot DC_{ji}]$$

- B_i – биомасса вида (либо группы видов) i ,
 P/B_i – отношение “продукция/биомасса” для вида i ,
 EE_i – эффективность утилизации продукции вида i ,
 EX_i – потери продукции вида i , обусловленные действием любых факторов помимо хищничества (физиологическая смертность, вылов и т.д.),
 B_j – биомасса вида (либо группы видов) j ,
 Q/B_j – потребление на единицу биомассы вида j ,
 DC_{ji} – доля вида i в составе рациона вида j .

Статическая балансовая модель

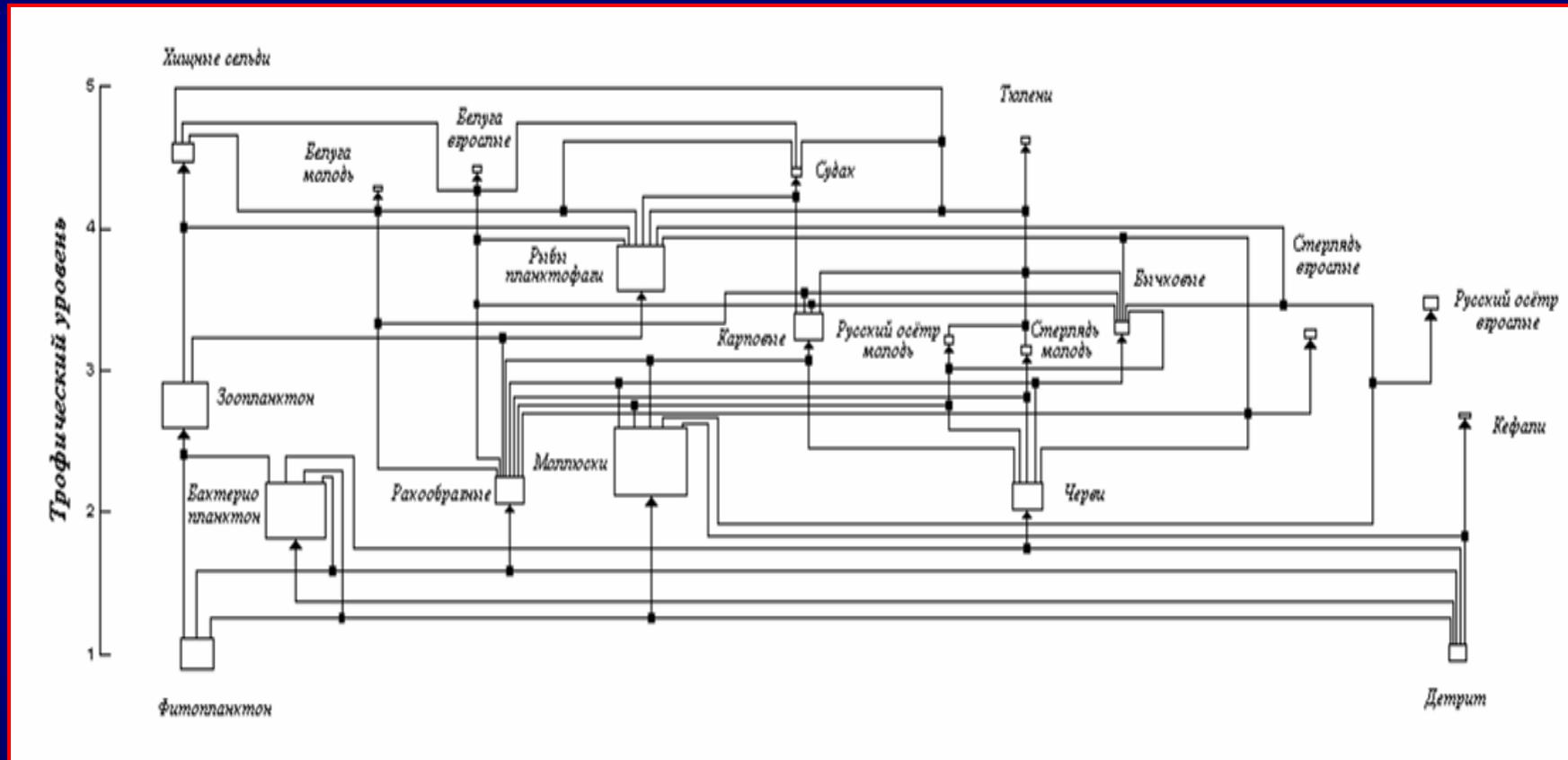
$$B_i \cdot (P/B_i) \cdot EE_i - EX_i = \Sigma [B_j \cdot (Q/B_j) \cdot DC_{ji}]$$



Динамическая модель

$$\frac{dB_i}{dt} = B_i \cdot \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ji} \cdot \gamma_i \cdot B_j - \sum_{k=1}^m \alpha_{ki} \cdot B_k - M_i - F_i \right)$$

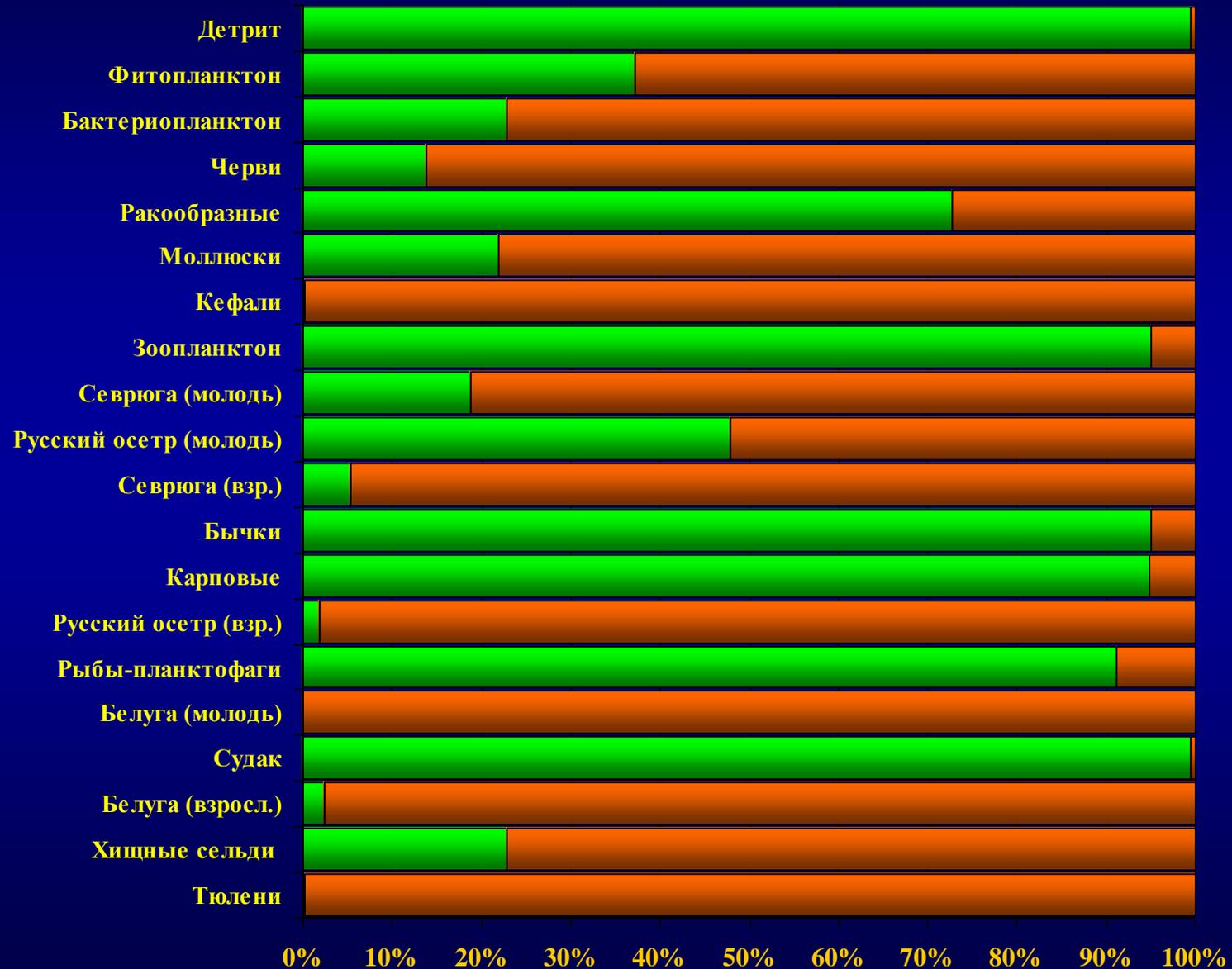
Схема потоков вещества в биотическом сообществе Северного Каспия



Равновесные значения продукционных показателей различных групп гидробионтов

Трофическая группа	Троф. уровень	Биомасса (т/км ²)	P/B (год ⁻¹)	Q/B (год ⁻¹)	ЕЕ
Тюлени	4.62	0.169	0.05	20	0.001
Хищные сельди	4.53	1.667	0.866	6	0.228
Белуга (взр.)	4.42	0.042	0.1	6	0.024
Судак	4.39	0.564	0.68	4	0.950
Белуга (молодь)	4.29	0.18	0.3	10	0.000
Рыбы- планктофаги	3.72	11.22	1.22	10	0.912
Русский осетр (взр.)	3.47	0.37	0.34	2	0.018
Карповые	3.31	3.57	0.79	6	0.949
Бычки	3.31	1.08	1	14	0.950
Севрюга (взр.)	3.26	0.15	0.57	2	0.053
Русский осетр (молодь)	3.21	0.66	1.07	4	0.479
Севрюга (молодь)	3.15	0.45	2	4.5	0.188
Зоопланктон	2.75	11.312	20	47	0.950
Кефали	2.68	0.13	0.65	10	0.001
Моллюски	2.35	39.7	3.5	22	0.219
Ракообразные	2.15	2.7	8	18	0.727
Черви	2.1	3.5	5	18	0.139
Бактериопланктон	2	21.29	109	220	0.229
Фитопланктон	1	3.785	342	—	0.372
Детрит	1	не опр.	—	—	0.994

Соотношение долей продукции, утилизируемой и не утилизируемой внутри системы



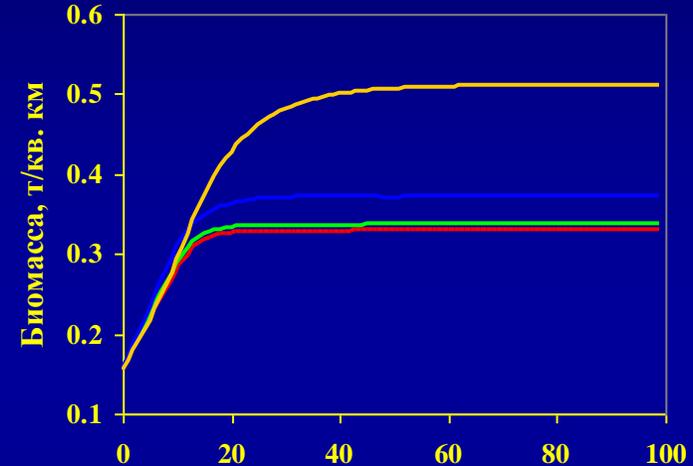
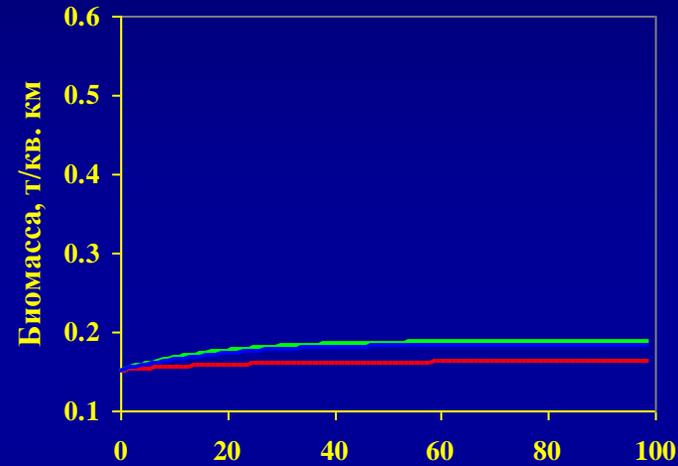
Динамика биомассы промыслового запаса осетровых рыб в зависимости от приоритетов управления рыбными ресурсами

Меры регулирования на браконьерскую флотилию:

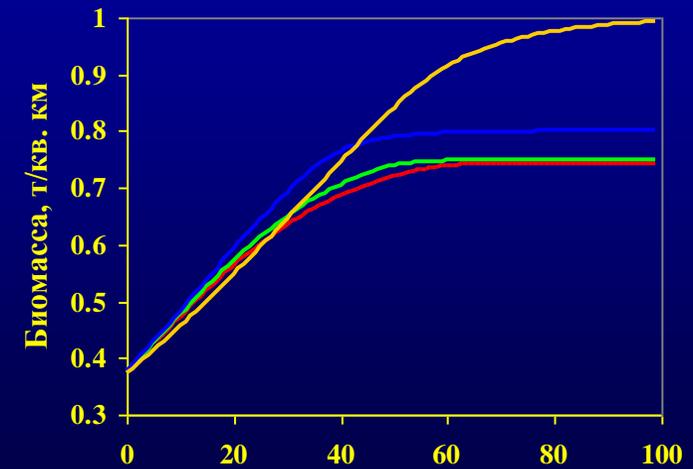
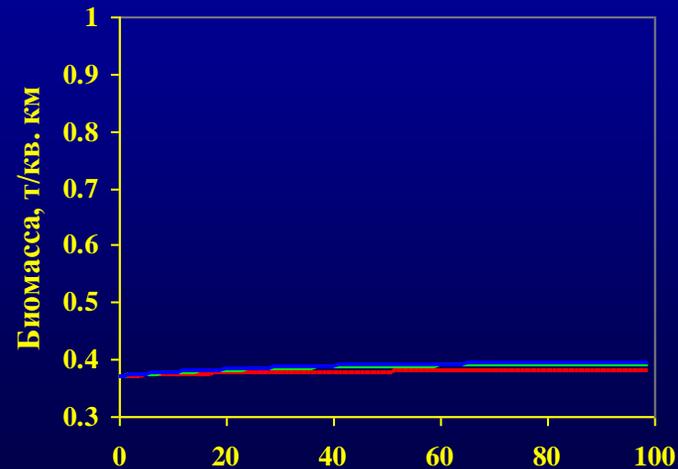
не распространяются

распространяются

Севрюга



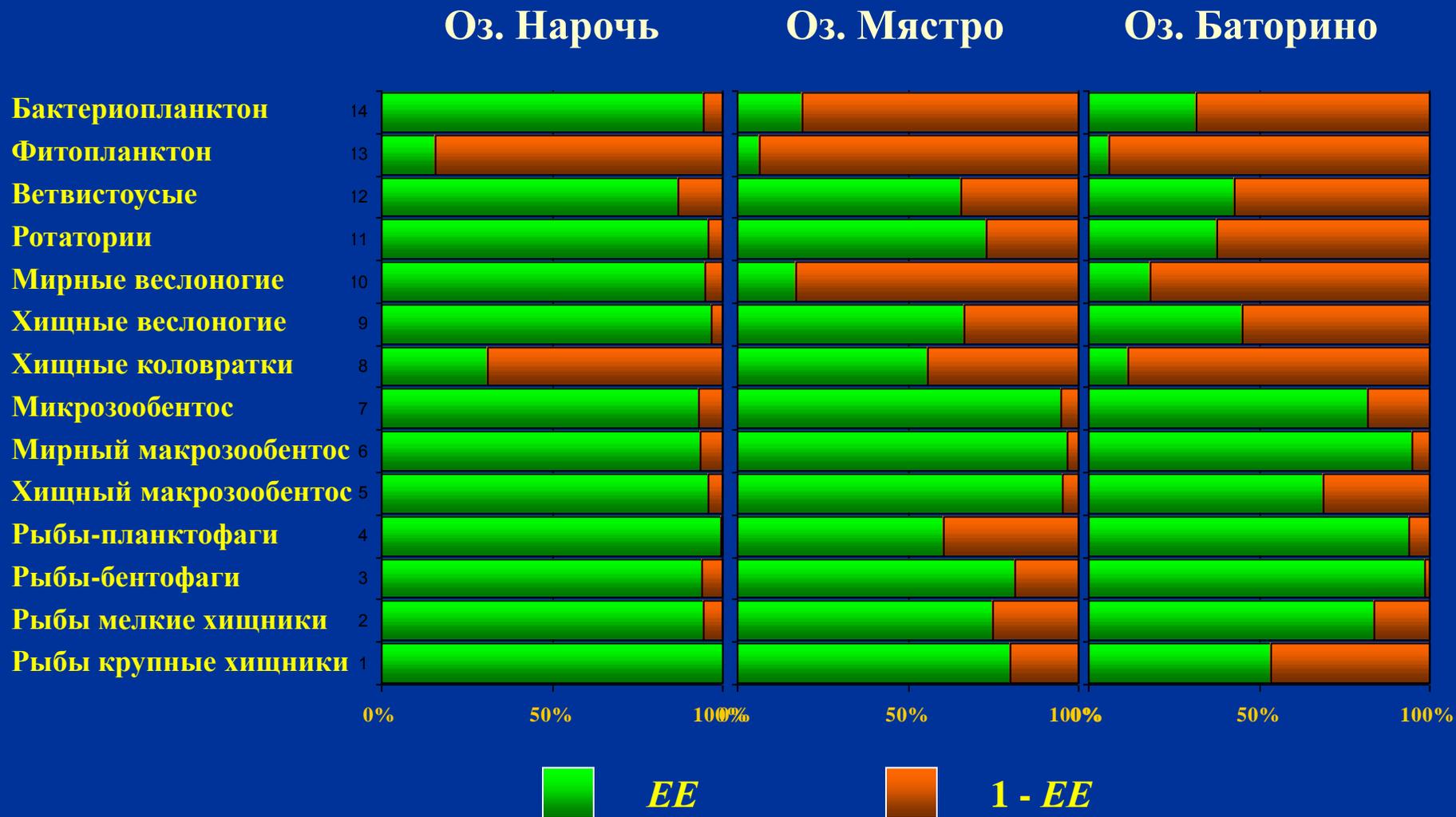
Русский осетр



Время, годы

Время, годы

Соотношение долей продукции, утилизируемой и не утилизируемой внутри системы



Вероятное положение вида-вселенца в трофической сети сообщества

$$D_i = \frac{B_i \cdot (P/B)_i \cdot (1 - EE_i)}{\sum_{i=1}^n [B_i \cdot (P/B)_i \cdot (1 - EE_i)]}$$

- D_i - доля вида i в составе питания вселенца
 B_i - биомасса вида i
 $(P/B)_i$ - отношение «продукция/биомасса» для вида i
 EE_i - эффективность утилизации продукции вида i
 n - общее число видов в моделируемом сообществе

$$TL_j = 1 + \Sigma(TL_i \cdot DC_i)$$

- TL_j – трофический уровень потребителя
 TL_i – трофический уровень жертвы
 DC_i – доля жертвы i в рационе потребителя j

Трофический уровень
вселенца

Оз. Нарочь

2.0-3.6

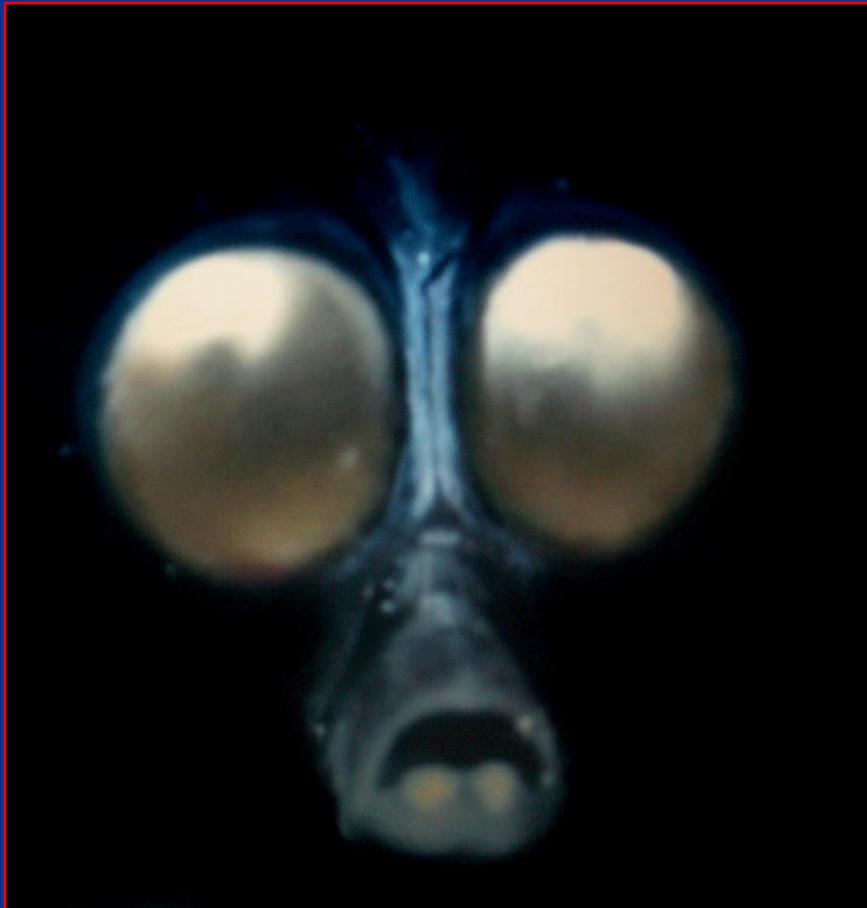
Оз. Мястро

2.0-3.9

Оз. Баторино

2.0-3.9

Гипотетический вселенец



Динамика сообщества оз. Мястро при вселении чужеродного вида-планктофага

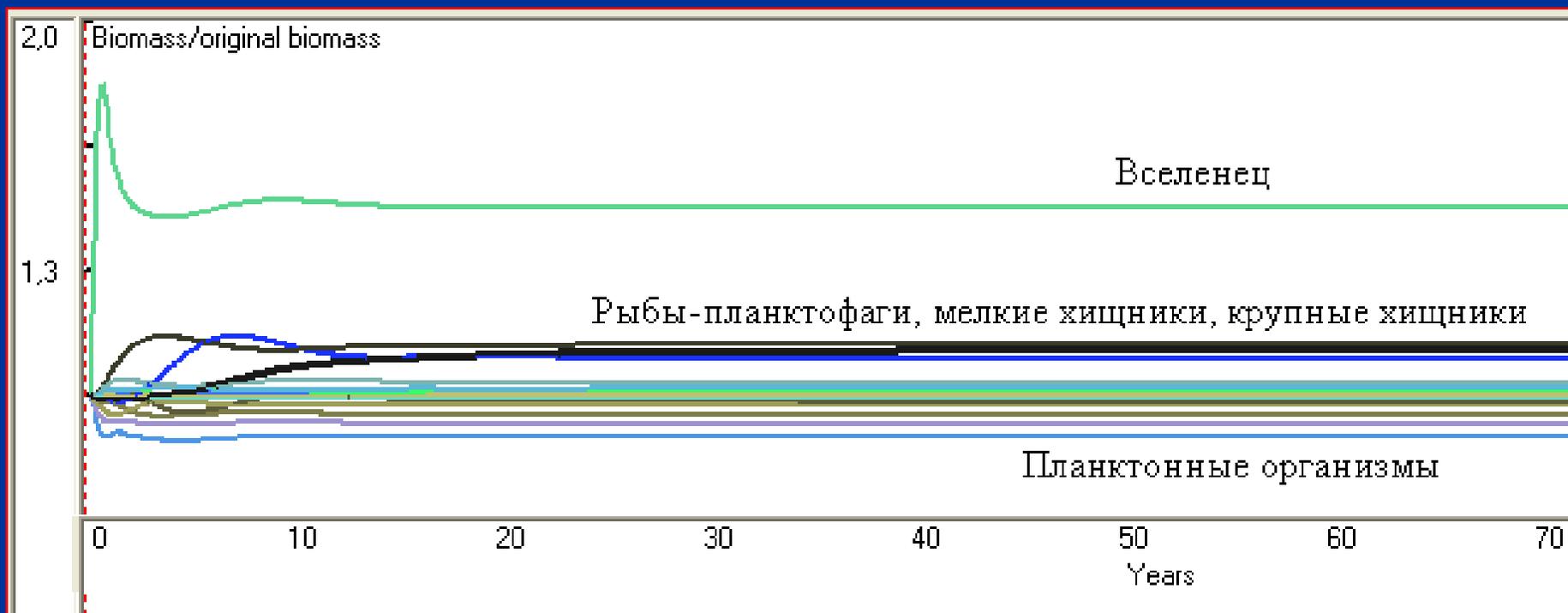
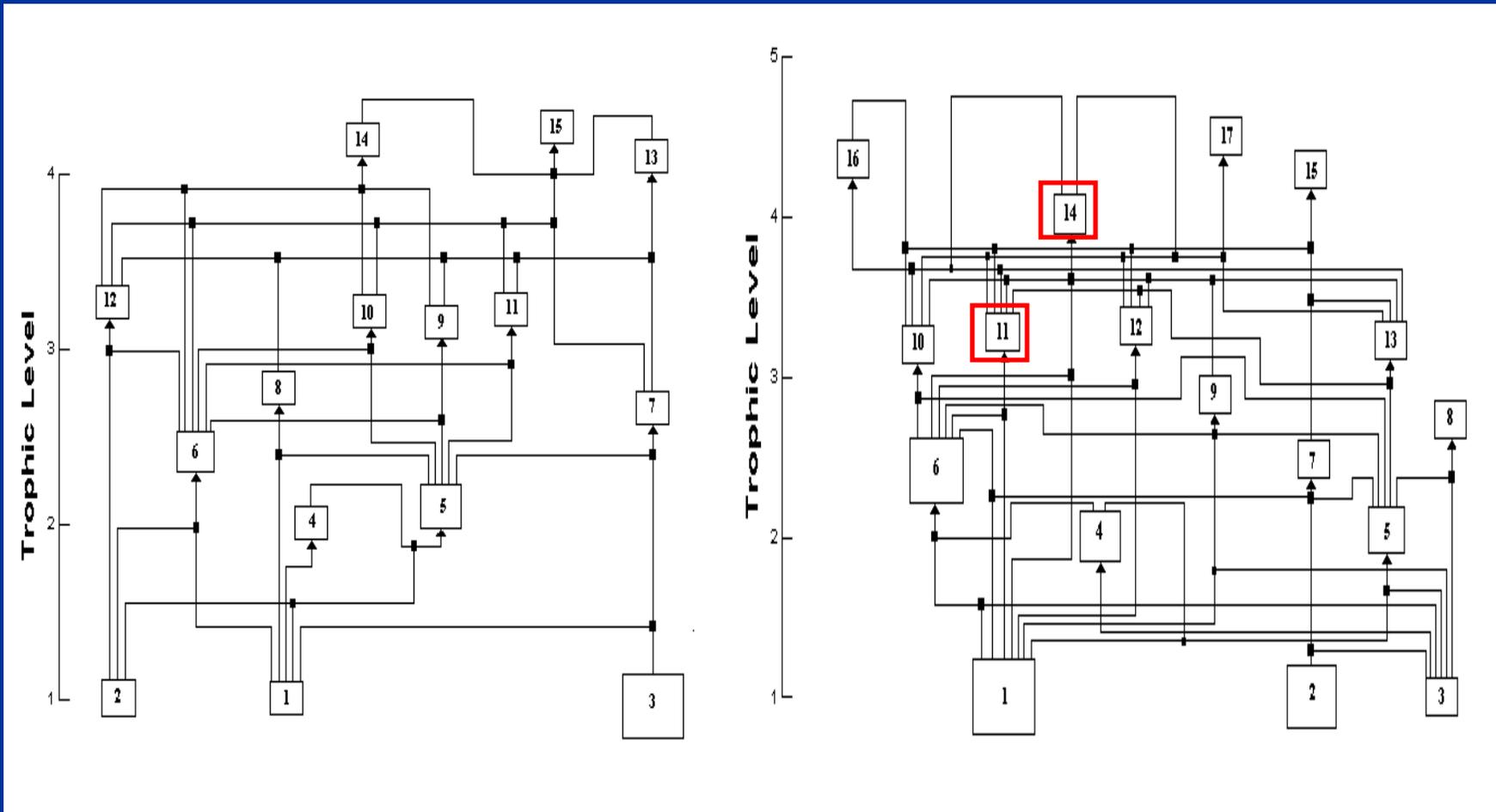


Схема трофической сети сообщества гидробионтов оз. Сямозеро



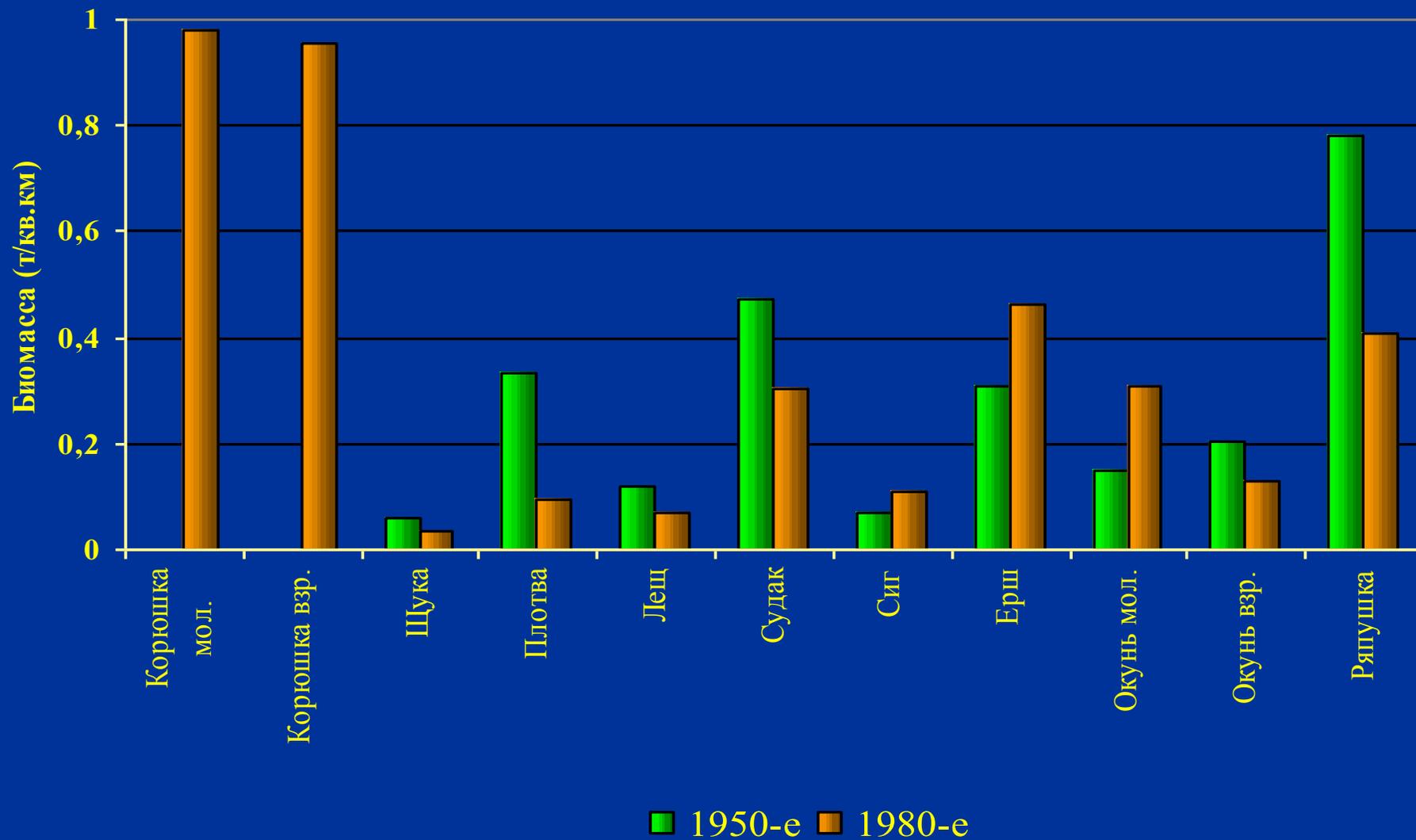
Трофическая сеть в 1950-х годах:

1. Детрит 2. Фитопланктон 3. Макрофиты
 4. Бактериопланктон 5. Бентос 6. Зоопланктон
 7. Плотва 8. Лещ 9. Ёрш 10. Сиг 11. Окунь (молодь) 12. Ряпушка
 13. Окунь (взросл.) 14. Судак 15. Щука

Трофическая сеть в 1980-х годах:

1. Фитопланктон 2. Макрофиты 3. Детрит
 4. Бактериопланктон 5. Бентос 6. Зоопланктон
 7. Плотва 8. Лещ 9. Сиг 10. Окунь (молодь). 11. Корюшка (молодь)
 12. Ёрш. 13. Ряпушка
 14. Корюшка (взросл) 15. Щука 16. Окунь (взросл) 17. Судак

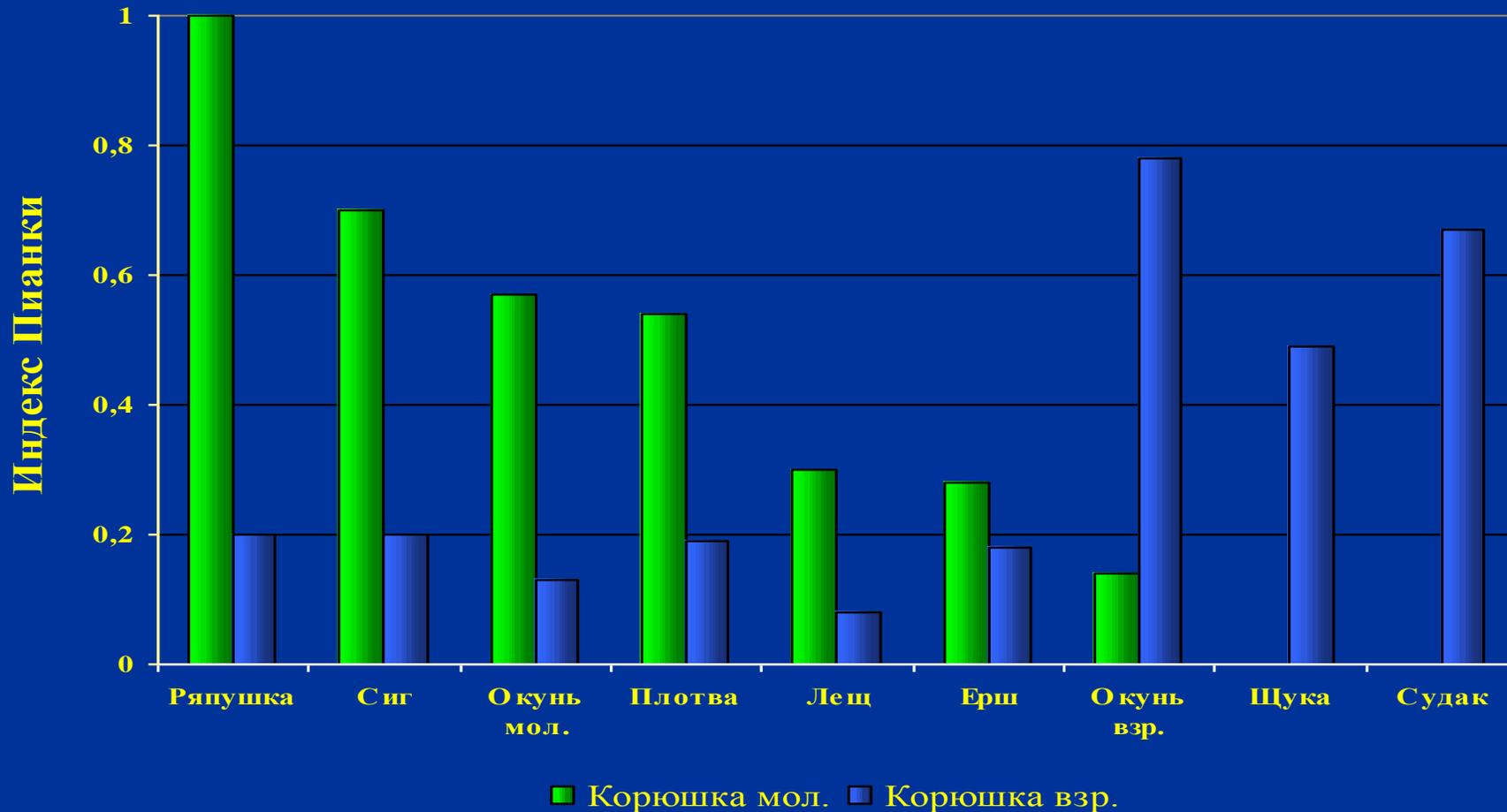
Изменения биомассы основных видов рыб оз. Сямозеро после вселения корюшки



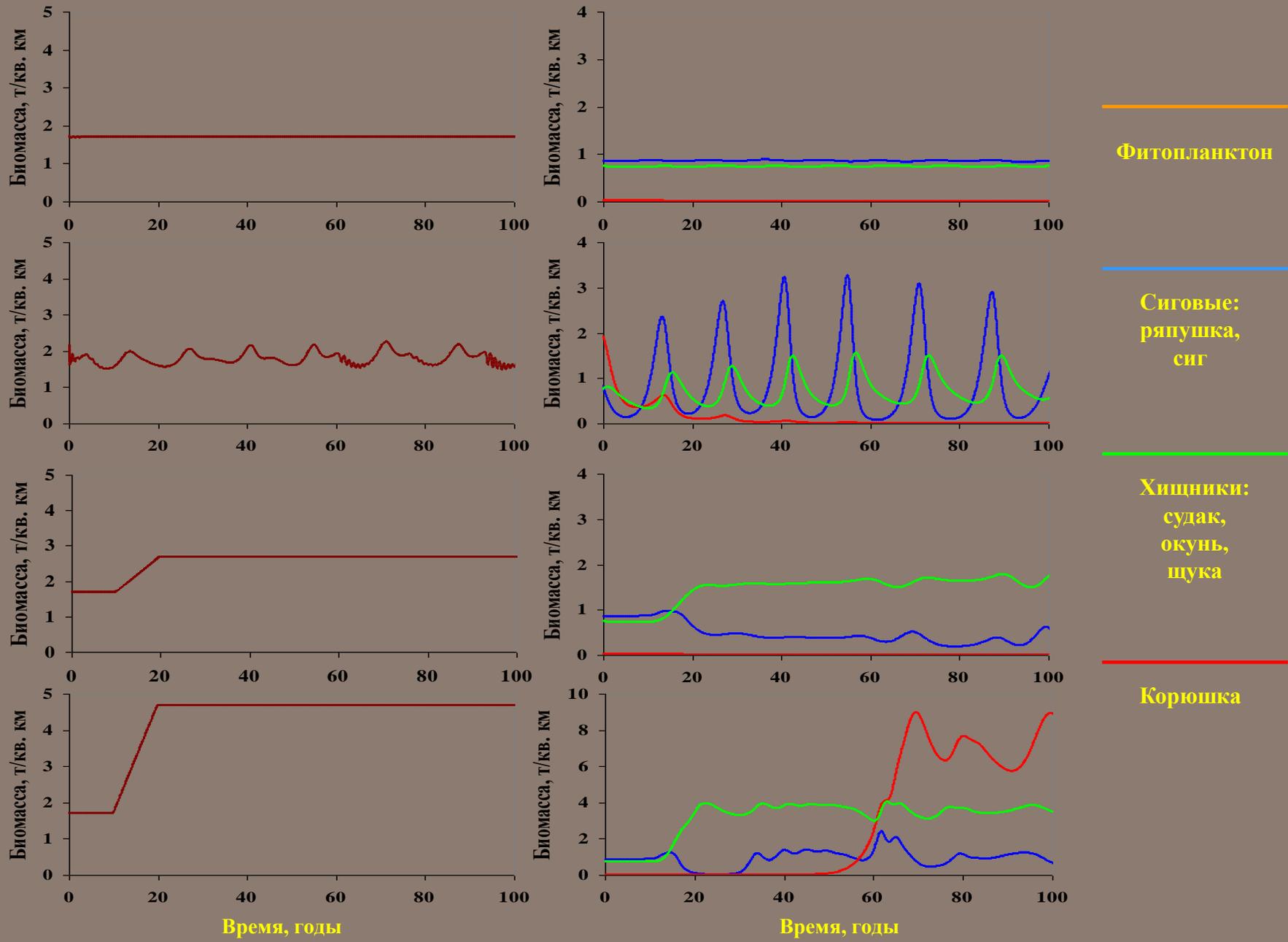
Перекрывание пищевых ниш

$$Q_{jk} = \frac{\sum_i (p_{ji} \cdot p_{ki})}{(\sum_i (p_{ji}^2 + p_{ki}^2))/2}$$

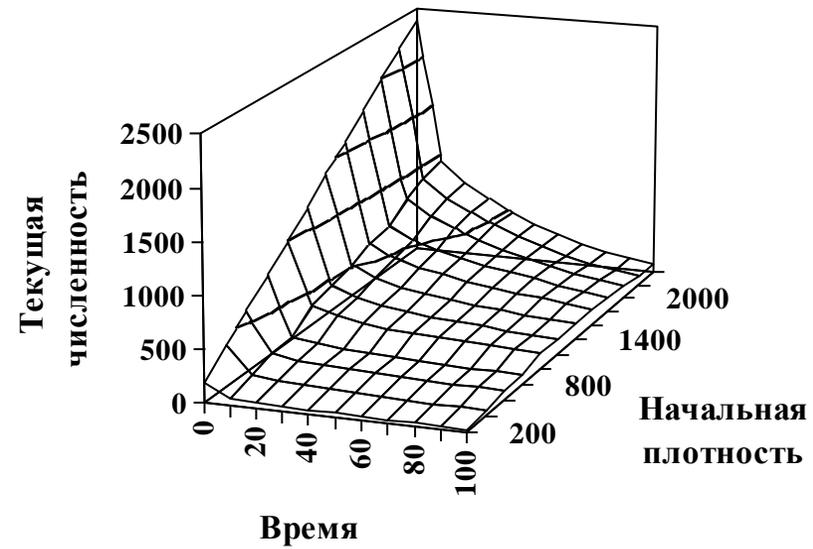
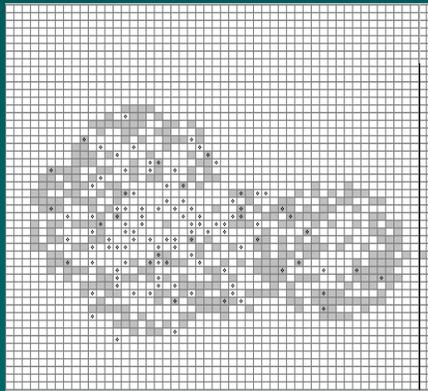
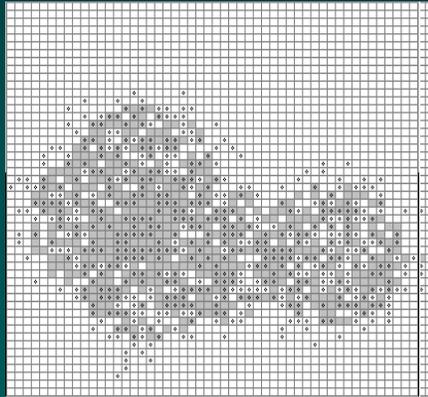
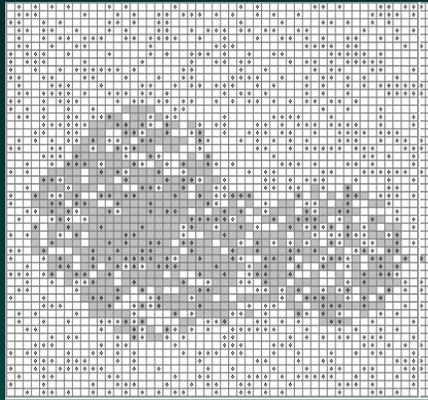
p_{ji} и p_{ki} - доли ресурса i , используемого видом j и k , соответственно
(Pianka, 1973)



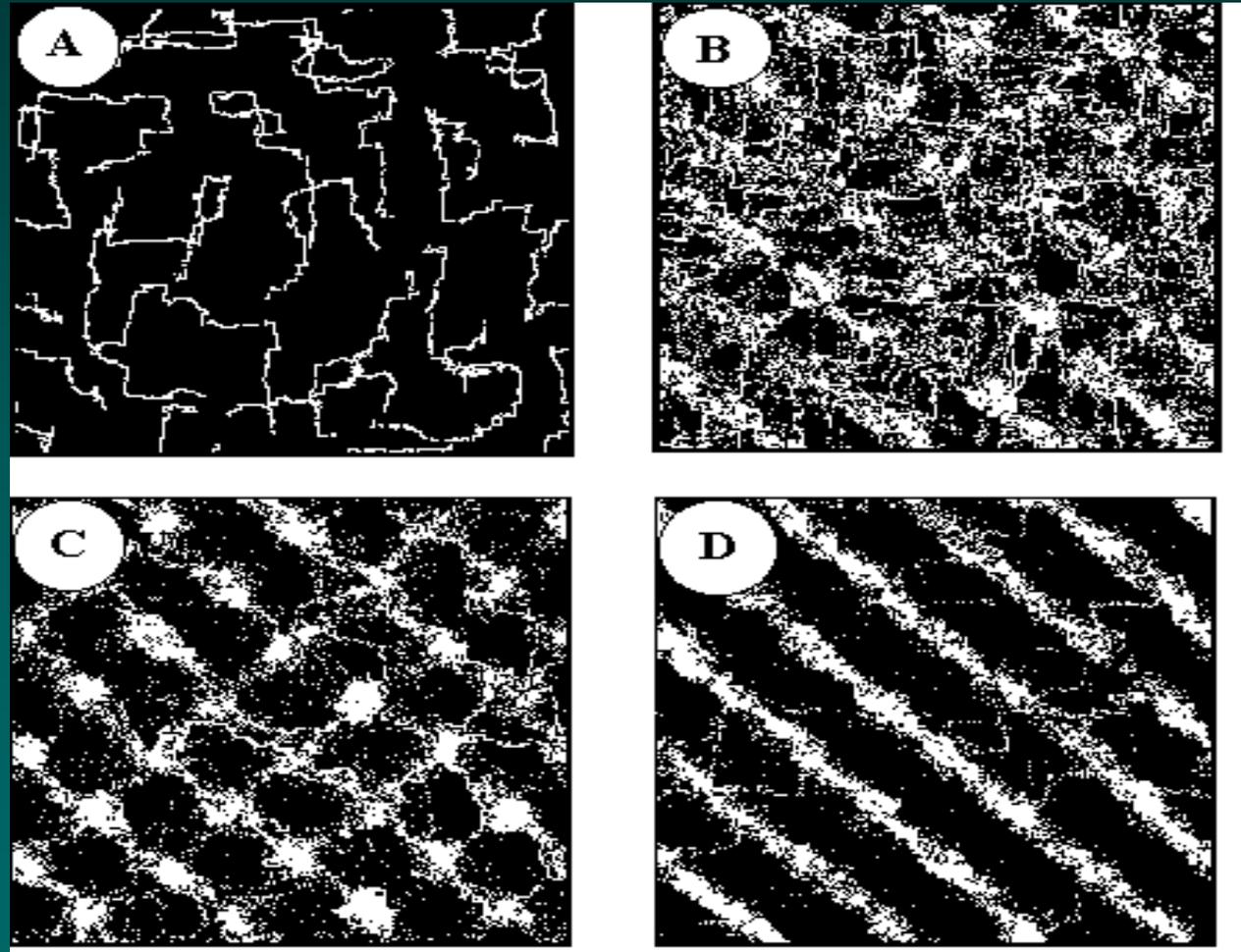
Реакции сообщества на эвтрофирование



Динамика потребителя при агрегированном распределении корма (результаты моделирования)



Эволюция пространственного размещения корма (темная область) и потребителей (светлая область). А – 250 временных шагов, В – 2000, С – 7000, D – 15000.



**БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ!**